Всероссийская олимпиада школьников по астрономии
2018/2019 учебный год.
Региональный этап.

9 класс   Шифр АС-9-03

1	2	3	4	5	6	Σ
4	5	0	8	8	8	33

№ 1

Обозначим склонения звёзд через δ_1 и δ_2. Пусть мы находимся на широте φ. Высоту верх. кульминации найдём по ф-ле $h_в = 90° - |\varphi - \delta|$. По условию $h_в$ обеих звёзд совпадают

$90° - |\varphi - \delta_1| = 90° - |\varphi - \delta_2| \Rightarrow |\varphi - \delta_1| = |\varphi - \delta_2| \Rightarrow \varphi - \delta_1 = \varphi - \delta_2$ (но по смыслу задачи $\delta_1 \neq \delta_2$, т.к. высоты нижних кульминаций разные)

или

$\varphi - \delta_1 = -\varphi + \delta_2 \Rightarrow \delta_1 + \delta_2 = 2\varphi$

Высоты нижних кульминаций найдём по ф-ле $h_н = |\varphi + \delta| - 90°$. По условию $h_{н1} = 2h_{н2}$, т.е.

$|\varphi + \delta_1| - 90° = 2|\varphi + \delta_2| - 180° \Rightarrow 2|\varphi + \delta_2| - |\varphi + \delta_1| = 90°$

1-й случай: $\varphi + \delta_2 \geq 0$, $\varphi + \delta_1 \geq 0 \Rightarrow 2\varphi + 2\delta_2 - \varphi - \delta_1 = 90°$

$(|\varphi + \delta_2| = \varphi + \delta_2,\ |\varphi + \delta_1| = \varphi + \delta_1)$

$\varphi + 2\delta_2 - \delta_1 = 90°$

Т.к. $\delta_1 + \delta_2 = 2\varphi$, то $\delta_1 = 2\varphi - \delta_2 \Rightarrow \varphi + 2\delta_2 - 2\varphi + \delta_2 = 90° \Rightarrow \delta_2 = \frac{90° + \varphi}{3}$, $\delta_1 = 2\varphi - \delta_2 = \frac{5\varphi - 90°}{3}$

$\varphi + \delta_2 \geq 0 \Rightarrow \frac{90° + 4\varphi}{3} \geq 0 \quad (\varphi \geq -22{,}5°)$

$\varphi + \delta_1 \geq 0 \Rightarrow \frac{8\varphi - 90°}{3} \geq 0 \quad (\varphi \geq 11{,}25°)$

$h_{н1} \geq 0 \Rightarrow |\varphi + \delta_1| - 90° \geq 0 \Leftrightarrow \frac{8\varphi - 90°}{3} - 90° \geq 0 \quad (\varphi \geq 45°)$

АС-9-03

Для $\varphi \geq 45°$ выполняются все эти условия (первые два возникают из-за того, что я решаю полученное модульное уравнение по случаям и разбираю случай в к-м выполняются эти 2 ус-я, а также условие – проверка, что нижняя кульминация первой звезды выше горизонта, а у второй высота будет в 2 раза меньше, но с тем же знаком) и широты $\varphi \geq 45°$ подходят

2-й случай: $\varphi + \delta_2 \geq 0,\ \varphi + \delta_1 \leq 0$ $(|\varphi + \delta_2| = \varphi + \delta_2,\ |\varphi + \delta_1| = -\varphi - \delta_1) \Rightarrow$

$2\varphi + 2\delta_2 + \varphi + \delta_1 = 90°$

Т.к. $\delta_1 = 2\varphi - \delta_2$, то $2\varphi + 2\delta_2 + \varphi + 2\varphi - \delta_2 = 90° \Rightarrow \delta_2 = 90° - 5\varphi,\ \delta_1 = 7\varphi - 90°$

$\varphi + \delta_2 \geq 0 \Rightarrow 90° - 4\varphi \geq 0 \Rightarrow \varphi \leq 22{,}5°$

$\varphi + \delta_1 \leq 0 \Rightarrow 8\varphi - 90° \leq 0 \Rightarrow \varphi \leq 11{,}25°$ ~~противоречие, т.е. такой случай невозможен~~

$h_{н1} \geq 0 \Rightarrow |\varphi + \delta_1| - 90° \geq 0 \Rightarrow -8\varphi + 90° - 90° \geq 0 \Rightarrow \varphi \leq 0$, но тогда $\delta_2 = 90° - 5\varphi > 90°$, что невозможно т.е. этот случай невозможен

3-й случай: $\varphi + \delta_2 \leq 0,\ \varphi + \delta_1 \geq 0$ $(|\varphi + \delta_2| = -\varphi - \delta_2,\ |\varphi + \delta_1| = \varphi + \delta_1)$

$-2\varphi - 2\delta_2 - \varphi - \delta_1 = 90°$

Т.к. $\delta_1 = 2\varphi - \delta_2$, то $-2\varphi - 2\delta_2 - \varphi - 2\varphi + \delta_2 = 90° \Rightarrow \delta_2 = -5\varphi - 90°;\ \delta_1 = 7\varphi + 90°$

$\varphi + \delta_2 \leq 0 \Rightarrow -4\varphi - 90° \leq 0 \Rightarrow (\varphi \geq -22{,}5°)$

$\varphi + \delta_1 \geq 0 \Rightarrow 8\varphi + 90° \geq 0$ $(\varphi \geq -11{,}25°)$

$h_{н1} \geq 0 \Rightarrow |\varphi + \delta_1| - 90° \geq 0 \Rightarrow 8\varphi + 90° - 90° \geq 0 \Rightarrow \varphi \geq 0$, но тогда $\delta_1 = 7\varphi + 90° > 90°$, что невозможно

4-й случай: $\varphi + \delta_2 \leq 0,\ \varphi + \delta_1 \leq 0$ $(|\varphi + \delta_2| = -\varphi - \delta_2,\ |\varphi + \delta_1| = -\varphi - \delta_1)$

$-2\varphi - 2\delta_2 + \varphi + \delta_1 = 90°$

Т.к. $\delta_1 = 2\varphi - \delta_2$, то $-2\varphi - 2\delta_2 + \varphi + 2\varphi - \delta_2 = 90° \Rightarrow \delta_2 = \frac{\varphi - 90°}{3},\ \delta_1 = \frac{5\varphi + 90°}{3}$

$\varphi + \delta_2 \leq 0 \Rightarrow \frac{4\varphi - 90°}{3} \leq 0$ $(\varphi \leq 22{,}5°)$

$\varphi + \delta_1 \leq 0 \Rightarrow \frac{8\varphi + 90°}{3} \leq 0$ $(\varphi \leq -11{,}25°)$

$h_{н1} \geq 0 \Rightarrow -\varphi - \delta_1 - 90° \geq 0 \Rightarrow -\frac{8\varphi - 90°}{3} - 90° \geq 0$ $(\varphi \leq -45°)$

Для $\varphi \leq -45°$ тоже выполняется необходимые условия $\Rightarrow$ для $\varphi \leq -45°$ также можно наблюдать описанное в задаче явление

Ответ: от 45° с.ш. до 90° с.ш. и от 45° ю.ш. до 90° ю.ш.

№2

Перейдём в систему отсчёта, связанную и вращающуюся с Землей. В ней геостационарный спутник не движется (по определению геостационарного спутника), ~~поэтому~~ а Луна будет двигаться с угловой ск-ю $\omega = \frac{2\pi}{1\ \text{сутки}} = \frac{360^\circ}{1\ \text{сутки}}$.
Т.к. видимый диаметр Луны равен $\frac{R_Л}{R_{орбиты\ луны}} = \frac{1738 км}{384400 км} = 4{,}52 \cdot 10^{-3}$ рад $\approx 0{,}5^\circ$, то спутник будет проходить по диску Луны $t = \frac{0{,}5^\circ}{\omega} = \frac{0{,}5^\circ}{360^\circ} \cdot 1$ сутки $= 2$ минуты

№3

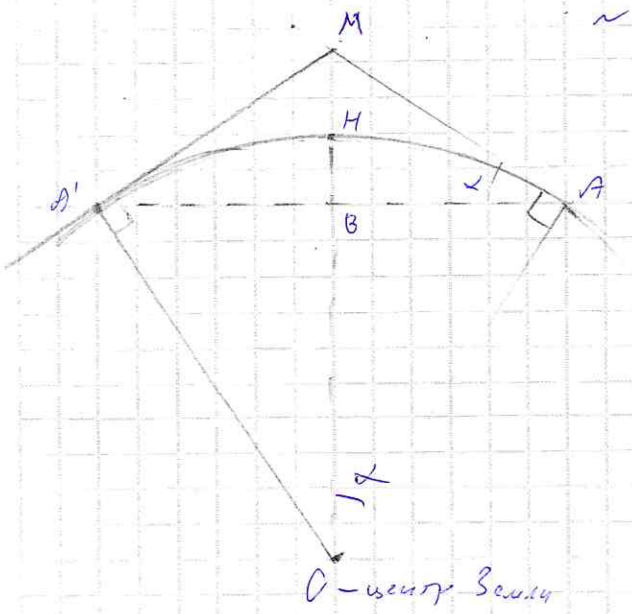
Пусть светимость Солнца P, радиус Земли $R_З$, орбиты Земли $R_{орб\ З}$, Марса $R_м$, орбиты Марса $R_{орб\ м}$. В обычных условиях на ед. площади на Земле, перпендикулярной к солнечным лучам, падает $\frac{P}{4\pi R_{орб\ З}^2}$ => на всю Землю идёт $\frac{P}{4\pi R_{орб\ З}^2} \cdot \pi R_З^2 =$
$= \frac{P}{4} \cdot \left(\frac{R_З}{R_{орб\ З}}\right)^2$. Аналогично кол-во энергии, получаемое Марсом, равно $\frac{P}{4} \cdot \left(\frac{R_м}{R_{орб\ м}}\right)^2$

При прохождении Венеры по диску Солнца она поглощает некоторую энергию ~~часть света, причём в обоих случаях (и каждая Венера~~. По условию эта энергия равна $\frac{1}{1000}$ от энергии, принимаемой Землей, т.е. $P_В = 0{,}001 \cdot \frac{P}{4}\left(\frac{R_З}{R_{орб\ З}}\right)^2$. Тогда относительное падение освещённости на Марсе равно $\frac{P_В}{P_м} = \frac{0{,}001 \frac{P}{4}\left(\frac{R_З}{R_{орб\ З}}\right)^2}{\frac{P}{4}\left(\frac{R_м}{R_{орб\ м}}\right)^2} =$

$$= 0{,}001 \cdot \left(\frac{R_З}{R_м}\right)^2 \cdot \left(\frac{R_{орб\ м}}{R_{орб\ З}}\right)^2 = 0{,}001 \cdot \left(\frac{1\ R_З}{0{,}5326\ R_З}\right)^2 \cdot \left(\frac{1{,}5237 а.е.}{1\ а.е.}\right)^2 = 0{,}0082$$

Таким образом, относительное падение освещённости от Солнца во время прохождения Венеры для наблюдателя на Марсе будет 0,0082 от своего значения, т.е. в 8,2 раза больше

№4



Пусть метеор сгорел в точке M. Тогда его будет видно в области, ограниченной касательными к Земле из точки M, т.е. касательными MA, MA' и другими, находящимися вне плоскости рисунка.

По условию BA = 1000 км. Т.к. OA = 6400 км, то $\alpha = \operatorname{arctg}\frac{BA}{OA} = 0{,}155$ рад

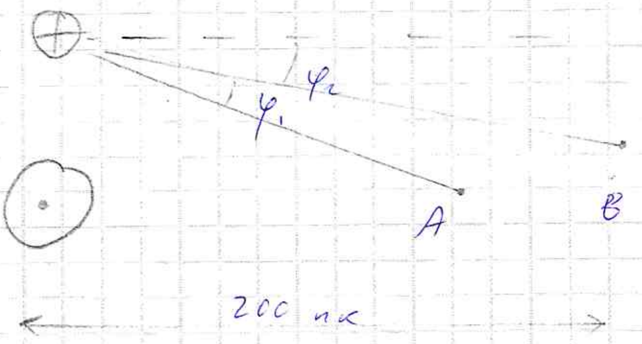
$BH = OH - OB = R_з - \sqrt{OA^2 - BA^2} = R_з - \sqrt{R_з^2 - BA^2} = 6400\,км - \sqrt{6400^2\,км - 1000^2\,км} = 78{,}6\,км$

$MB = AB\,tg\,\alpha = \frac{AB^2}{OA} = \frac{1000^2\,км}{6400\,км} = 156{,}3\,км$ ~~= 156,3 км~~

$MH = MB - HB = 156{,}3\,км - 78{,}6\,км = 77{,}7\,км$

Ясно, что максимальная звёздная величина метеора наблюдалась в точке H, ибо она ближайшая к точке M, где был метеорит. Наблюдаемые звёздные величины в точке A и точке H будут отличаться на $5\log_{10}\frac{R_{AM}}{R_{MH}} = 5\log_{10}\frac{1000\,км}{77{,}7\,км} = 5{,}5$, причём в точке H зв. величина меньше, т.е. она будет равна $\underline{\underline{-5{,}5^m}}$

№ 5



Астроном измерил угол φ_1 (думая, что измеряет $\varphi_1 + \varphi_2$) и получил расстояние до A 62,5 пк. Т.к. расст. до звезды в пк умножить на параллакс в секундах равно единице, то $\varphi_1 = \frac{1}{62,5}$ секунды

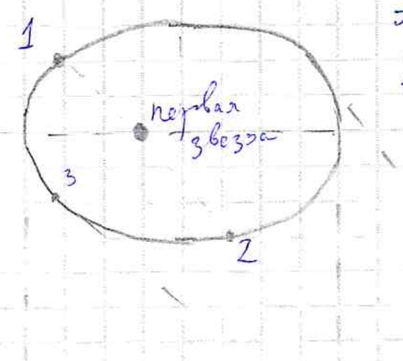
Т.к. до B 200 пк, то угол $\varphi_2 = \frac{1}{200}$ сек $\Rightarrow$ $\varphi_1 + \varphi_2 = 0{,}021$ секунды и до A всего $\frac{1}{0{,}021} = 47{,}6$ пк

№ 6

Т.к. в некоторые моменты времени угловое расстояние равно нулю, то в эти моменты обе звезды почти лежат на одной прямой с Землей, т.е. лучи света, доходящие до Земли, лежат в плоскости орбиты $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ наклон плоскости орбиты к лучу зрения равен 0°

Нарисуем орбиту второй звезды вокруг первой (по 1-му закону Кеплера это эллипс)

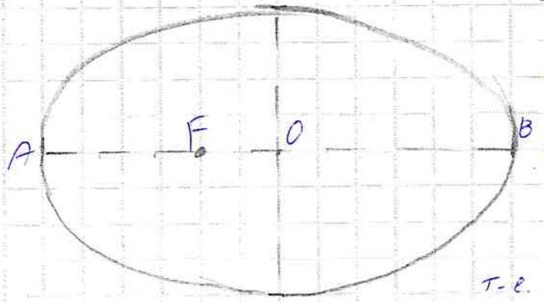


Этот эллипс мы будем видеть как отрезок, ибо угол наклона 0°. Допустим, что мы его видим не со стороны AB, а с какой-либо другой CD (т.е. Земля находится где-то в направлении CD от системы). Но тогда угловое расстояние будет равно 0° в точках 1 и 2, и точка 3 меньшего из максимумов расстояния будет не обязательно ровно посередине во времени между моментами прохождения 1 и 2, как мы это наблюдаем на графике

D

C

Такое возможно только если мы смотрим на эллипс со стороны АВ, т.е. видим большую ось эллипса (иначе участки графика не будут симметричны относительно своих середин) (симметрия имела бы место и если бы мы смотрели на малую ось, но тогда бы время между моментами, когда угловое расстояние равно 0, было бы всегда одинаковым, а это не так)



Теперь из графика очевидно, что $AF = 1''$, $BF = 4''$, т.е. если до системы R парсек, то $AF = R$ а.е., $BF = 4R$ а.е. и $AB = AF + BF = 5R$ а.е., $FO = \frac{AB}{2} - AF = 1{,}5R$ а.е. $\Rightarrow e = \frac{FO}{AO} = \frac{1{,}5R \text{ а.е.}}{2{,}5R \text{ а.е.}} = 0{,}6$

Ясно, что период обращения равен времени за к-рое график проходит 1 большую и 1 малую кривые, похожих на параболы, т.е. $T \approx 25$ года

Пусть суммарная масса с-мы около 2 солн. масс. Тогда запишем обобщ. 3-й закон Кеплера для этой с-мы и с-мы Земля-Солнце:

$$\frac{1^2 \text{год}^2 \cdot 1M}{1^3 \text{а.е.}^3} = \frac{25^2 \text{год}^2 \cdot 2M}{a^3 \text{а.е.}^3} \Rightarrow a = 10{,}8 \text{ а.е.} \Rightarrow 2{,}5R = 10{,}8,$$ где R в пк,

т.е. $R = 4$ пк

Ответ: $\alpha = 0°$, $\varepsilon = 0{,}6$, $R = 4$ пк