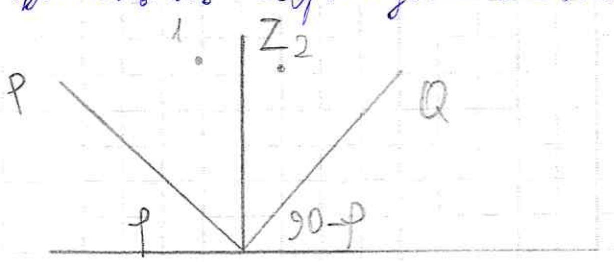
Всероссийская олимпиада школьников по астрономии
2018/2019 учебный год.
Региональный этап.

9 класс Шифр АС-9-07

1	2	3	4	5	6	Σ
4	0	0	8	6	6	24

№1

Заметим, что раз нижняя кульминация звезды 1 происходит над горизонтом, то это звезда не заходящая, но раз её высота в 2 раза больше чем у зв 2 в этот момент, то и 2 звезда должна быть незаходящей, иначе высота была бы отрицательна. Зарисуем моменты кульминаций:



для верхней кульминации

для нижней кульминации.

Это будет обязательно так, т.к. верхняя кульминация наблюдалась на одной и той же высоте и одновременно, и чтобы звезды не наложились друг на друга они должны быть по разные стороны от зенита

Теперь запишем высоты над горизонтом через δ и φ (склонение и широта).

Для верхней кульминации:

$h_1 = 90 + \varphi - \delta_1$

$h_2 = \delta_2 + 90 - \varphi$.

также по условию $h_1 = h_2$

для нижней:

$h_1 = \delta_1 + \varphi - 90$

$h_2 = \delta_2 + \varphi - 90$.

также по условию $h_1 = 2h_2$.

Заметим, что обязательно $\delta_2 < \delta_1$, но 2 звезда не заходящая откуда $\delta_2 > 90 - \varphi$.

Запишем систему:

$$\begin{cases} h_1 = h_2 \\ h_1 = 2h_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 90 + \varphi - \delta_1 = \delta_2 + 90 - \varphi \\ \delta_1 + \varphi - 90 = 2\delta_2 + 2\varphi - 180 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \delta_2 = 2\varphi - \delta_1 \\ \delta_1 = 2\delta_2 + \varphi - 90 \end{cases} \Rightarrow \delta_2 = 2\varphi - 2\delta_2 - \varphi + 90$$

здесь в разных уравнениях h различны.

$3\delta_2 = \varphi + 90 \Rightarrow \delta_2 = \frac{\varphi}{3} + 30$, но $\delta_2 > 90 - \varphi \Rightarrow \frac{\varphi}{3} + 30 > 90 - \varphi$.

$\varphi + 90 > 270 - 3\varphi$.

$4\varphi > 180 \Rightarrow \varphi > 45°$.

Заметим, что при $\varphi = 90°$ это также невозможно, т.к. звезды не меняют высоты над горизонтом

Значит $\varphi \in (45°; 90°)$.

№2

Будем считать спутник идеально неподвижным относительно звёзд (т.к. спутник геостационарный), в таком случае нам необходимо найти угловую скорость Луны, чтобы узнать за продолжительность явления. Для начала найдем ~~угловую скорость~~ угловой диаметр Луны.

$\pi R \frac{\alpha}{180} = D \Rightarrow \alpha = \frac{180 D}{\pi R}$, где R – радиус орбиты, D – физический диаметр. $R = 384400$ км $D = 3476$ км.

$\alpha \approx 0{,}518°$.

Далее найдем за какое время луна столько пройдёт

$\frac{\alpha}{t} = \frac{360°}{T} \Rightarrow t = \frac{\alpha}{360} T$, где α – угл. размеры Луны, T – сидерический период обращения. $T = 27{,}32$ сут.

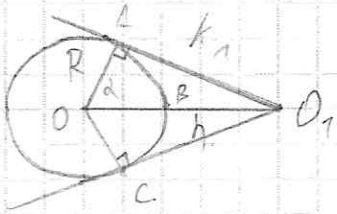
$t \approx 0{,}03932$ сут $\approx 0{,}944$(ч) $\approx 56{,}6$(мин).

Значит это явление можно наблюдать на протяжении чуть ~~более получаса~~ менее часа.

Стоит отметить, что если учесть радиус Земли при определении угл. размеров, то $t \approx 57{,}6$ мин.

№4.

Нарисуем происходящее:



h – высота спутника над поверхностью

R – радиус Земли k_1 – расстояние от метеора до т. A

2 наиболее удалённые точки, – это т. A и т. C.

Мы знаем, что дуга $AB = 1000$ км, отсюда найдём.

$\pi R \frac{\alpha}{180} = 1000$

$\alpha = \frac{1000}{\pi R} \cdot 180 \approx 9°$ $\quad \cos\alpha = \frac{R}{R+h} \Rightarrow h = R\left(\frac{1}{\cos\alpha} - 1\right) \approx 79{,}5$ км.

$k_1 = R \,\mathrm{tg}\,\alpha \approx 1010$ км

$\frac{k_1}{h} \approx 12{,}7$ раз

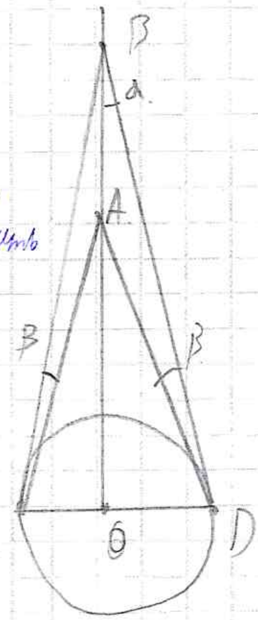
Если бы из т. B метеор был в 12,7 раз ближе, то его яркость больше в $12{,}7^2$ раз $\approx 161{,}3$ раза.

Чтобы найти звёздную величину надо найти $\log_{2,512}(161,3) \approx 5,52^m$

Значит разница звёздных величин в т. А и т. В $= 5,52^m$, но в т. А звёздная величина равна 0^m $\Rightarrow$ в т. В она будет $-5,52^m$

Очевидно, что т. В ближайшая к метеору точка, а значит в ней он будет ярче всего.

№5



Зарисуем Землю и эти звёзды:

Т.к. они близки к друг к другу, то мы можем их нарисовать на одной линии. Т.к. мы знаем расстояние до звезды В мы можем определить её параллакс α.

$\alpha = \frac{1}{200} = 0,005''$

Теперь рассмотрим как астроном рассчитывал расстояние до звезды А: он измерил углы BCA и BDA и получил 2β.

Этот параллакс мы также можем найти $\beta = \frac{1}{62,5} = 0,016''$

Теперь рассмотрим ΔBAC. В нём $BC \approx BO = 200$пк. и углы α и β.

Запишем теорему синусов:

$\frac{AC}{\sin\alpha} = \frac{BC}{\sin(180-\alpha-\beta)}$ сделав приближение что $BC \approx BO$ и $AC \approx AO$, мы можем найти AO.

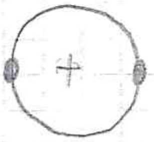
$AO = \frac{\sin\alpha}{\sin(180-\alpha-\beta)} \cdot BO$.

$AO = \frac{0,00000002424}{0,00000010181} \cdot BO \approx \frac{0,02424}{0,10181} BO \approx 0,2381\, BO \approx 47,62$ (пк).

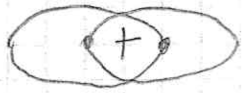
Значит на самом деле звезда А ближе и расстояние до неё $\approx 47,62$пк.

№6

Рассмотрим возможные формы орбит.

I круговая.  она не подходит, т.к. мы ~~не~~ будем наблюдать, что время от случая, когда угл. расстояние равно 0, до такого же всегда будет одним и тем же [illegible].

Значит орбита эллиптическая и симметричная (т.к. массы одинаковы).



вид с „северного полюса"

Причем все орбиты в одной плоскости иначе система была бы неустойчивой, но чтобы угловое расстояние между ними было равно 0, надо чтобы орбиты были в плоскости зрения:

возможный вид орбиты для наблюдателя с Земли.

№3.

Будем считать, что яркость Солнца распределена равномерно по диску, тогда $\frac{S_{♀⊕}}{S_{⊙⊕}} = \frac{1}{1000}$, где $S_{♀⊕}$ и $S_{⊙⊕}$ — площади занимаемые Венерой и Солнцем на небе с Земли.

Нам надо найти $\frac{S_{♀♂}}{S_{⊙♂}}$, где S — площади на небе Венеры и Солнца уже с точки зрения наблюдателя с Марса.

Запишем ~~расстояния между~~ радиусы орбит планет:

$a_♀ = 0{,}7233$ а.е. $a_⊕ = 1$ а.е. $a_♂ = 1{,}5237$ а.е.

Т.к. угл. размеры уменьшаются в n раз при удалении от прежней точки в n раз мы можем выразить $S_{♀♂}$ и $S_{⊙♂}$ через $S_{♀⊕}$ и $S_{⊙⊕}$

$$S_{⊙♂} = S_{⊙⊕} \cdot \frac{a_⊕}{a_♂} \approx 0{,}6563\, S_{⊙⊕}$$

$$S_{♀♂} = S_{♀⊕} \cdot \frac{(a_⊕ - a_♀)}{(a_♂ - a_♀)} = S_{♀⊕} \cdot \frac{2767}{8004}$$

Откуда $\frac{S_{\varphi ♂}}{S_{0♂}} = \frac{2767}{8004\cdot 0,6563}$ $\frac{S_{\varphi\odot}}{S_{0\odot}} = \frac{2767}{8004\cdot 656,3} \approx 0,000526\gamma$

То есть уменьшится приблизительно на 0,053%.
При наблюдении с Земли потеря составит 0,1%.
Значит относительное падение будет меньше в $\approx 1,88$ раз.

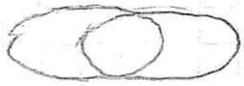
№6.

Для определения большой полуоси можно записать уточненный III закон Кеплера: T – период по графику $T = \frac{70}{3}$ года.

$$\frac{T^2}{4\pi^2} = \frac{a^3}{G(M+m)} = \frac{a^3}{2GM_\odot} \Rightarrow a^3 = \frac{2GM_\odot T^2}{4\pi^2} \Rightarrow a = \sqrt[3]{\frac{2GM_\odot T^2}{4\pi^2}} \approx 1,54\cdot 10^{12} \text{ (м)}$$

$\approx 10,3$ (а.е.)

~~Заметим, что график симметричен, откуда можно сделать вывод, что возможных вариантов расположения наблюдателя.~~



~~Возможная точка наблюдателя. т.1~~

Заметим, что график симметричен, откуда можно сказать что наблюдатель должен быть в т. 1. Из графика мы можем найти, что $2c = 1''$, а $2a - 2c = 4'' \Rightarrow$

$c = 0,5''$ $a - c = 2''$

$a = 2,5''$

$e = \frac{c}{a} = \frac{0,5}{2,5} = \frac{1}{5} = 0,25$. т.к. $a = 10,3$ а.е. и $a = 2,5''$

$\pi \frac{\alpha}{180} R = a \Rightarrow R = \frac{180}{\pi\alpha} a \approx 849811$ (а.е.) $\approx 4,12$ (пк).

Значит эта система имеет $e = 0,25$ и расстояние R для нее 4,12 пк