1077

Всероссийская олимпиада школьников по физике
Региональный этап
23 - 25 января 2020 г.

Фамилия Князев

Имя Матвей

Отчество Сергеевич

Класс 10

Территория г. Березники, Пермский край

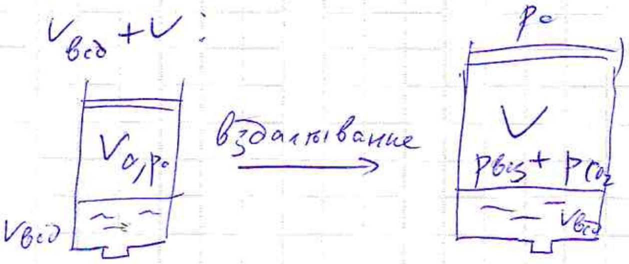
Образовательная организация МАОУ "СОШ с УИОП №3"

1	2	Σ
9,5	12,5	22

~10,1

10 Э 7

Нальём в шприц $V_{вод}$ воды, затем впустим в него ещё V_0 воздуха. Заткнём отверстие шприца заглушкой и активно его взболтаем. При этом углекислый газ будет уходить из воды и объём шприца увеличится до $V_{вод}+V$:



1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Σ
2	1	0	1	0	0	1,5	0	1	1	1	1	9,5

Обозначим давление углекислого газа в бутылке $p_{CO_2\,0}$. Тогда найдём p_{CO_2} после взбалтывания:

$$\nu_{CO_2} = \alpha V_{вод} p_{CO_2\,0}$$

$$\nu_{CO_2} = p_{CO_2}\left(\frac{V}{RT} + \alpha V_{вод}\right) \longrightarrow p_{CO_2} = p_{CO_2\,0}\frac{\alpha V_{вод}}{\frac{V}{RT}+\alpha V_{вод}} = p_{CO_2\,0}\frac{V_{вод}}{\frac{V}{\alpha RT}+V_{вод}}$$

Давление воздуха после взбалтывания найдём из закона Бойля-Мариотта:

$$p_{воз}V = p_0V_0 \longrightarrow p_{воз} = \frac{p_0V_0}{V}$$

(Растворением воздуха в воде пренебрегаем)

Очевидно, $p_{воз}+p_{CO_2}=p_0 \longrightarrow p_{CO_2} = p_0 - p_{воз} = p_0\frac{V-V_0}{V}$

$$p_{CO_2\,0}\frac{V_{вод}}{\frac{V}{\alpha RT}+V_{вод}} = p_0\frac{V-V_0}{V}$$

$$p_{CO_2\,0} = p_0\left(1-\frac{V_0}{V}\right)\left(\frac{V}{\alpha RT V_{вод}}+1\right) = p_0\left(1-\frac{V_0}{V}\right)\left(\frac{V}{0,873V_{вод}}+1\right)$$

$$\left(\alpha RT = 3.5\cdot10^{-4}\frac{моль}{Дж}\cdot 8.314\frac{Дж}{К\cdot моль}\cdot 300\,К = 0,873 = k\right)$$

$V_{вод}$, мл	$V_{вод}+V_0$, мл	$V_{вод}+V$, мл	V_0, мл	V, мл	$\frac{p_{CO_2\,0}}{p_0} = \left(1-\frac{V_0}{V}\right)\left(\frac{V}{0,873V_{вод}}+1\right)$
~~8~~ 7	13	20	6	13	1.68
5	10	15	5	10	1.64
4	8	12	4	8	1.64
6	10	16	4	10	1.74
3	10	13	7	10	1.44
8	12	~~18.5~~ 19	4	11	1.64

Берём среднее и получаем $p_{CO_2 0} = 1.63 p_0$, а давление воды внутри газировки, очевидно, равно давлению газа над ней, т.е. $p_{CO_2 0}$

Ответ: $1.63 p_0 \approx 163$ кПа

Заметим, что мы можем получить воду с CO_2 над ней с $p_{CO_2} = p_0$, если нальём в шприц воды (газировка) и оставим лишь немного воздуха (в идеале вообще не оставим) и затем взболтаем шприц. Тогда газ над водой будет состоять преим-но из CO_2 (при условии, что объёмом воздуха внутри до взбалтывания можно пренебречь по сравнению с объёмом после) и его давление будет равно p_0

Теперь сделаем то же, что и в предыдущей части (только теперь мы считаем $p_{CO_2 0} = p_0$ благодаря пред. абзацу)

$$\frac{p_{CO_2}}{p_0} = 1 = \left(1 - \frac{V_0}{V}\right)\left(\frac{V}{kV_{вод}} + 1\right) \qquad k = \alpha RT$$

$$\frac{V}{kV_{вод}} + 1 = \frac{V}{V - V_0} \to \frac{V}{kV_{вод}} = \frac{V}{V - V_0} - 1 = \frac{V_0}{V - V_0}$$

$$k = \frac{V}{V_{вод}} \frac{V - V_0}{V_0} \qquad \alpha = \frac{k}{RT} = \frac{k}{2490} \frac{моль}{Дж}$$

$V_{вод}$, мл	V_0, мл	V, мл	k	α, $10^{-4} \frac{моль}{Дж}$
5	7	10	0.857	3.44
5	5	8	0.960	3.86
7	13	~~19~~ 17	~~1.25~~ 0.747	3.00

$\langle\alpha\rangle = 3.43 \cdot 10^{-4} \frac{моль}{Дж}$ (это было для $p_{CO_2} = p_0$)

$\langle\alpha\rangle_{ст} = 0.35 \cdot 10^{-4} \frac{моль}{Дж}$

$\alpha = (3.4 \pm 0.4) \cdot 10^{-4} \frac{моль}{Дж}$

Набрали в шприц $V_{вод} = 5$ мл и $V_0 = 3$ мл воздуха и встряхнули.
Объём газа V будет 10 мл $\rightarrow p_{воз} = p_0 \frac{V_0}{V} = 0{,}3 p_0 \rightarrow p_{CO_2} =$

$= p_0 - p_{воз} = 0{,}7 p_0$ выпустили газ и впустили воздух V_0

Теперь сделаем то же, что в 1 части: $V_{вод} = 5$ мл, $V_0 = 5$ мл,

$\frac{p_{CO_2}}{p_0} = 0{,}7$. Измеряем $V = 7$ мл – объём газа

$$0{,}7 = \frac{V - V_0}{V} \left(\frac{V}{kV_{вод}} + 1 \right) = \frac{7-5}{7} \left(\frac{7}{k \cdot 5} + 1 \right)$$

$$2.45 = \frac{7}{5k} + 1 \rightarrow \frac{7}{5k} = 1.45, \; k = 0.966, \; \alpha = 3.87 \cdot 10^{-4} \frac{моль}{Дж}$$

(Это была точка для $p_{CO_2} < p_0$)

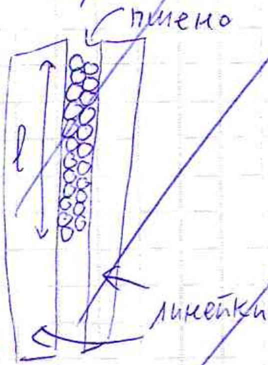
1	2	3	4	5	6	7	8	9	
2	1	1	0,5	3	2	1	1	1	12,5

№2

Для начала измерим ширину и толщину пакета из-под сока:

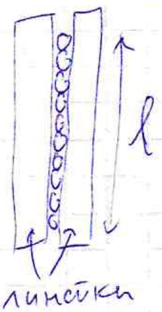
a, см	в, см
4.8	3.8

~~Затем присыпем немного пшена на стол и зажмём его между двумя линейками. Они (зёрна пшена) выстраиваются в 2 ряда (часть вылезает наверх, для удобства убираем их скрепкой), к-рые, если нужно, можно подравнять скрепкой. Измеряем число n зёрен в одном ряду и их суммарную длину l, находим $D = \frac{l}{n}$~~



n	20	31	23
l, см	3.9	5.7	4.8
D, см	0.195	0.184	0.209

Насыпем пшено на стол и зажмём его в один ряд между двумя линейками. Будем прижимать их (зёрна) скрепкой, чтобы они лежали плотно. Посчитаем кол-во зёрен n и длину ряда l, и вычислим диаметр $D = \frac{l}{n}$

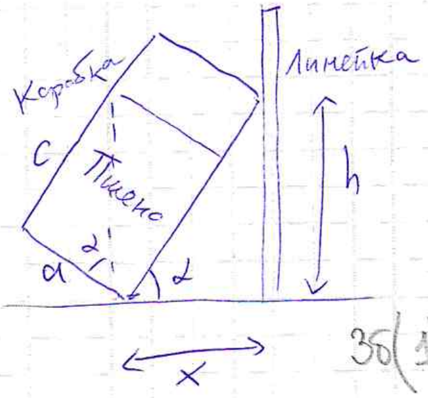


l, см	5.7	9.2	6.4	12.5
n	31	44	35	67
D, см	0.184	0.179	0.183	0.187

2б (6) $\langle D \rangle = 0.183$ см $\Delta D_{прибор} = D\left(\frac{\Delta l}{l} + \frac{\Delta n}{n}\right) = 0.183\left(\frac{0.1}{\cancel{6.4}\ 12.5} + \frac{1}{67}\right) \approx 0.004$ см

$\Delta D_{стат} \approx 0.003$ см

1б (2) Чтобы в непрозрачной коробке шарики лежали ровно, встряхнём несколько раз коробку вверх-вниз, потому что с коробкой из-под tic-tac'а (прозрачной) это работало. Также для этой же цели постучим несколько раз по непрозрачной коробке. Теперь давайте определим высоту зёрен в коробке. Для этого будем наклонять коробку из вертикального положения, опирая её на вертикально поставленную линейку, ~~пока это п~~ и будем отодвигать верт. линейку, пока такое положение не станет устойчивым.



3б(1)

То есть мы будем увел. x, пока коробка не станет стоять на месте неподвижно.

x, см	h, см	a, см	c, см $= \frac{h}{x}a$
5.2	10.8	4.8	10.0
5.6	10.6		9.1
5.3	10.8		9.8

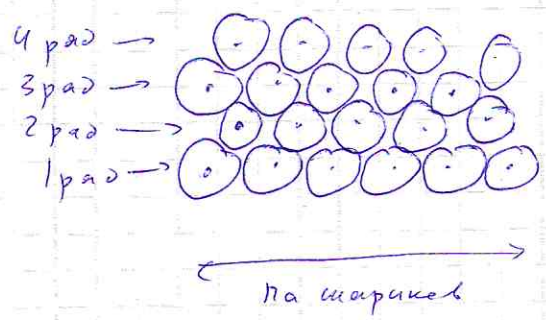
$\langle c \rangle = 9.7$ см

$\langle c_{прибор} \rangle \simeq 0.4$ см

Для более точного измерения x можно поставить коробку на миллиметровку ("цена деления" у неё та же, что и у линейки, но зато на ней можно контролировать, что ~~грань~~ ребро коробки, на к-ром оно стоит, нормально к "линейке", к-рой можно было мерить x) Угол α достаточно близок к 90°, чтобы пшено не ссыпалось и было таким, как на рисунке

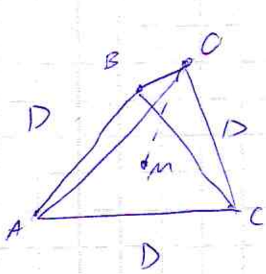
Объём, занимаемый пшеном (не самими зёрнами) $V=abc$. Предположим, что внутри гексагональная упаковка. Найдём кол-во шариков

1-й слой:



Посчитаем кол-во зёрен в одном слое. Разделим шарики на ряды, тогда в одном ряду $n_a = \frac{a}{D}$ шариков. Расст. между рядами $= D\cos 30° = D\frac{\sqrt{3}}{2}$ → рядов будет $n_b = \frac{b}{D\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{2}{\sqrt{3}}\frac{b}{D}$

Осталось посчитать кол-во слоёв n_c



$AM = \frac{2}{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}D = \frac{D}{\sqrt{3}}$

30°30°?

$MO = \sqrt{AO^2 - AM^2} = \sqrt{D^2 - \frac{D^2}{3}} = D\sqrt{\frac{2}{3}}$

$n_c = \frac{c}{MO} = \sqrt{\frac{3}{2}}\frac{c}{D}$

1б(6)

$N = n_a n_b n_c = \frac{a}{D}\cdot\frac{2}{\sqrt{3}}\frac{b}{D}\cdot\sqrt{\frac{3}{2}}\frac{c}{D} = \frac{\sqrt{2}\,abc}{D^3}$

$N = \sqrt{2}\cdot\frac{4.8см\cdot 3.8см\cdot 9.7см}{(0.183см)^3} \simeq \cancel{41.5\cdot10^3 \simeq 42\cdot10^3} \simeq 41\cdot10^3$

$\Delta N = N\left(\frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta b}{b} + \frac{\Delta c}{c} + 3\frac{\Delta D}{D}\right) = \cancel{5\cdot10^3}\ 6\cdot10^3$

Ответ: ~~$N = (42 \pm 5)\cdot10^3$~~

$N = (41 \pm 6)\cdot10^3$

1б(8) 1б(9)

Ф10-17

Всероссийская олимпиада школьников по физике
Региональный этап
23 - 25 января 2020 г.

Фамилия Князев

Имя Матвей

Отчество Сергеевич

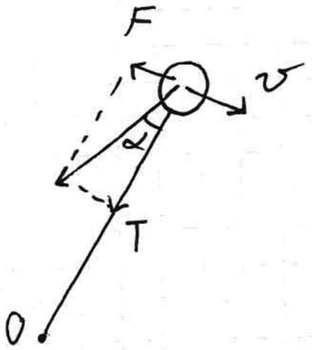
Класс 10

Территория г. Березники, Пермский край

Образовательная организация МАОУ "СОШ СУИОП №3"

Ф10-17.

№1



Обозначим ск-ть шарика через v

Пусть в нач. момент ск-ть шарика v_0. На него действует сила натяжения $T = \frac{mv^2}{R}$, сообщающая центростремительное уск. $a_r = \frac{v^2}{R}$. Также действует сила сопр. воздуха $F = kv$, сообщающая танг. уск.

$a_\tau = \frac{F}{m} = \frac{kv}{m}$ (a_r и a_τ сонаправлены с T и F соот-но)

Очевидно, $\operatorname{tg}\alpha = \frac{a_\tau}{a_r} = \frac{kv_0/m}{v_0^2/R} = \frac{kR}{mv_0}$

$\frac{dv}{dt} = -a_\tau$ (минус из-за того, что $\vec{a_\tau}$ направлено против $\vec{v}$)

$\frac{dv}{dt} = -\frac{kv}{m} \longrightarrow \frac{dv}{v} = \frac{-k\,dt}{m}$

1	2	3	4	5	Σ
10	10	10	10	10	50

$\ln v = -\frac{kt}{m} + C_2$

$v = v_0 \exp\left(-\frac{kt}{m}\right)$

Пройденный путь $s = \int_0^t v\,dt_1 = \int_0^t v_0 \exp\left(-\frac{kt_1}{m}\right) dt_1 = \left(-\frac{mv_0}{k}\exp\left(-\frac{kt_1}{m}\right)\right)\Bigg|_{t_1=0}^{t_1=t} =$

$= \frac{mv_0}{k}\left(1 - \exp\left(-\frac{kt}{m}\right)\right)$

$s_0 = \lim\limits_{t\to\infty} s = \frac{mv_0}{k}$ — путь, пройденный шариком до остановки

$\varphi = \frac{s_0}{R} = \frac{mv_0}{kR} = \frac{1}{\operatorname{tg}\alpha}$

Ответ: $\varphi = \frac{1}{\operatorname{tg}\alpha}$

№2

Обозначим импульс налетающей шайбы через $\vec{p}$, импульсы шайб после отскока — через $\vec{p_1}$ и $\vec{p_2}$. По закону сохр. импульса:

$\vec{p} = \vec{p_1} + \vec{p_2}$

$p^2 = (\vec{p_1} + \vec{p_2})^2 = p_1^2 + p_2^2 + 2(\vec{p_1}\cdot\vec{p_2}) = p_1^2 + p_2^2 + 2p_1p_2\cos\alpha$, где α — угол, под которым разлетелись шайбы

$2p_1p_2\cos\alpha = p^2 - p_1^2 - p_2^2 \quad (1)$

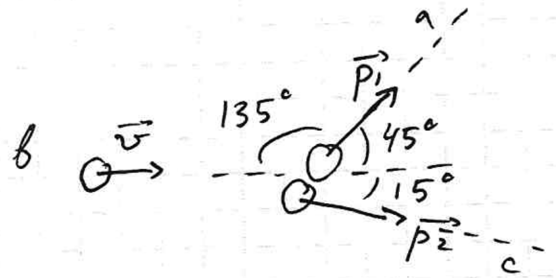
Т.к. удар был частично упругий, то кинет. энергия шайб после удара стала меньше, чем до:

$\frac{p_1^2}{2m} + \frac{p_2^2}{2m} \le \frac{p^2}{2m}$ (m — масса шайб) (рав-во достигается при абс. упругом ударе)

$p^2 - p_1^2 - p_2^2 \ge 0$ (2)

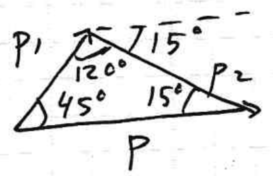
Из (2) и (1) следует $2p_1p_2\cos\alpha \geqslant 0 \to \cos\alpha \geqslant 0 \to \alpha \le \frac{\pi}{2}$, или $\alpha \le 90^\circ$

Таким образом, угол между траекториями разлетающихся шайб не может превышать 90°. Угол между a и в = 135°, угол между a и c = 60°, угол между в и c = 360° − 60° − 135° = 165°, т.е. для разлетающихся шайб подходят только a и c → траектория налетающей шайбы — в



Из геом. соображений угол между $\vec{p}$ и $\vec{p_1}$ равен 45°, между $\vec{p}$ и $\vec{p_2}$ — 15° (при выборе для $\vec{p_1}$ шайбы с траекторией a, для шайбы с $\vec{p_2}$ — тр. c)

$\vec{p} = \vec{p_1} + \vec{p_2} \longrightarrow$



Применяя т. синусов для треугольника выше, получаем:

$\frac{p_1}{\sin 15^\circ} = \frac{p_2}{\sin 45^\circ} = \frac{p}{\sin 120^\circ} \to \frac{p_1}{p_2} = \frac{\sin 15^\circ}{\sin 45^\circ} = k^{-1}$ $\left(k = \frac{p_2}{p_1} = \frac{\sin 45^\circ}{\sin 15^\circ}\right)$

Из-за наличия силы трения шайбы движутся с нек-рым ускорением $-a$ (одинаковым для обеих шайб, ибо шайбы одинаковые) и проходят пути $s_1 = \frac{v_1^2}{2a}$, $s_2 = \frac{v_2^2}{2a}$

$\frac{s_2}{s_1} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 = \left(\frac{mv_2}{mv_1}\right)^2 = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^2 = \left(\frac{\sin 45^\circ}{\sin 15^\circ}\right)^2 = 7.46$

Опять же из т. синусов! $p_1 = p\frac{\sin 15^\circ}{\sin 120^\circ}$, $p_2 = p\frac{\sin 45^\circ}{\sin 120^\circ}$

В тепло переходит вся энергия, к-рая не перешла в кинет. энергию пост. движ. шайб (т.к. боковые пов-ти гладкие, то шайбы не могли начать вращаться)]

$$Q = \frac{p^2 - p_1^2 - p_2^2}{2m}$$

Нач. энергия шайбы (кинет.) $K = \frac{p^2}{2m}$

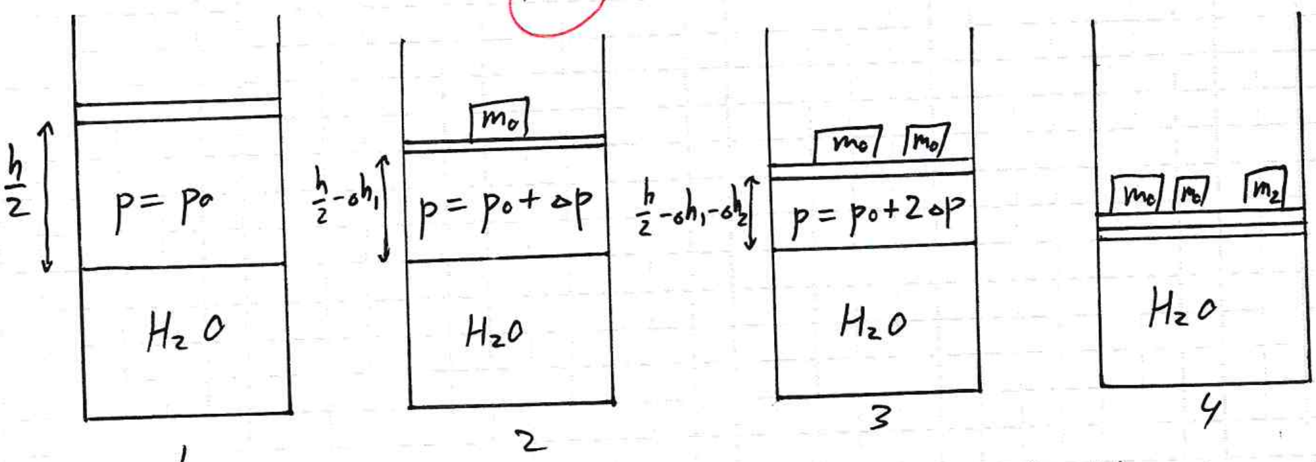
Искомый ответ $\eta = \frac{Q}{K} = \frac{p^2 - p_1^2 - p_2^2}{p^2} = 1 - \left(\frac{p_1}{p}\right)^2 - \left(\frac{p_2}{p}\right)^2 =$

$$= 1 - \left(\frac{\sin 15^\circ}{\sin 120^\circ}\right)^2 - \left(\frac{\sin 45^\circ}{\sin 120^\circ}\right)^2 = \cancel{0.094}\ 0.24$$

Ответ: 1) в, 2) а) $\left(\frac{\sin 45^\circ}{\sin 15^\circ}\right)^2 = 7.46$

б) $\eta = 1 - \left(\frac{\sin 15^\circ}{\sin 60^\circ}\right)^2 - \left(\frac{\sin 45^\circ}{\sin 60^\circ}\right)^2 = \cancel{0.094}\ 0.24$

№ 3



Для нерастворённого CO_2 можно записать уравн. Клапейрона-Менделеева:

$pV = \nu_1 RT$

$pSh = \nu_1 RT \rightarrow \nu_1 = \frac{pSh}{RT}$

По закону Генри кол-во ν_2 CO_2, растворённого в воде, пропорционально давлению газа p: $\nu_2 = k'p$

Суммарное кол-во CO_2 не меняется:

$$\nu_1 + \nu_2 = p\frac{Sh}{RT} + k'p = const$$

Т.к. S, R и T – тоже константы для процессов в задаче, то

$ph + k'\frac{RT}{S}p = const$, или $ph + kp = const$ $\left(k = k'\frac{RT}{S} = const\right)$

Очевидно, что при добавлении гири m_0, давление меняется на $\Delta p = \frac{m_0 g}{S}$

Запишем постоянство $ph+kp$ для состояний 1 и 2 (они пронумерованы в начале решения):

$$p_0\frac{h}{2}+kp_0=(p_0+\Delta p)\left(\frac{h}{2}-\Delta h_1\right)+k(p_0+\Delta p)$$

$$p_0\frac{h}{2}+kp_0=p_0\left(\frac{h}{2}-\Delta h_1\right)+\Delta p\left(\frac{h}{2}-\Delta h_1\right)+k(p_0+\Delta p)$$

$$k\Delta p=p_0\Delta h_1+\Delta p\left(\Delta h_1-\frac{h}{2}\right)\quad(1)$$

Запишем постоянство $ph+kp$ для состояний 1 и 3:

$$p_0\frac{h}{2}+kp_0=(p_0+2\Delta p)\left(\frac{h}{2}-\Delta h_1-\Delta h_2\right)+k(p_0+2\Delta p)$$

$$p_0\frac{h}{2}+kp_0=p_0\left(\frac{h}{2}-\Delta h_1-\Delta h_2\right)+\Delta p\,(h-2\Delta h_1-2\Delta h_2)+k(p_0+2\Delta p)$$

$$2k\Delta p=p_0(\Delta h_1+\Delta h_2)+\Delta p\,(2\Delta h_1+2\Delta h_2-h)\quad(2)$$

Из (2) и (1) следует:

$$p_0\cdot 2\Delta h_1+\Delta p(2\Delta h_1-h)=p_0(\Delta h_1+\Delta h_2)+\Delta p\,(2\Delta h_1+2\Delta h_2-h)$$

$$p_0(\Delta h_1-\Delta h_2)=\Delta p\cdot 2\Delta h_2$$

$$\Delta p=\frac{p_0(\Delta h_1-\Delta h_2)}{2\Delta h_2}$$

$$\frac{m_0 g}{S}=p_0\,\frac{\Delta h_1-\Delta h_2}{2\Delta h_2}$$

$$m_0=\frac{p_0 S}{g}\;\frac{\Delta h_1-\Delta h_2}{2\Delta h_2}=2.03\text{ кг}$$

Из (1) $$k=\frac{p_0}{\Delta p}\Delta h_1+\left(\Delta h_1-\frac{h}{2}\right)=\frac{2\Delta h_2}{\Delta h_1-\Delta h_2}\Delta h_1+\Delta h_1-\frac{h}{2}=$$

$$=\Delta h_1\,\frac{\Delta h_1+\Delta h_2}{\Delta h_1-\Delta h_2}-\frac{h}{2}$$

Найдём давление CO_2 в состоянии 4, когда поршень почти достиг воды:

$$p_0\left(\frac{h}{2}+k\right)=p_4k$$

$$p_0\left(\Delta h_1\,\frac{\Delta h_1+\Delta h_2}{\Delta h_1-\Delta h_2}\right)=p_4\left(\frac{\Delta h_1+\Delta h_2}{\Delta h_1-\Delta h_2}\Delta h_1-\frac{h}{2}\right)$$

$$p_4=p_0\,\frac{\Delta h_1\,\dfrac{\Delta h_1+\Delta h_2}{\Delta h_1-\Delta h_2}}{\Delta h_1\,\dfrac{\Delta h_1+\Delta h_2}{\Delta h_1-\Delta h_2}-\dfrac{h}{2}}$$

$$p_4 = p_0 + 2\Delta p + \frac{m_2 g}{S}$$

$$\frac{m_2 g}{S} = p_4 - p_0 - 2\Delta p = p_0 \frac{\Delta h_1 \frac{\Delta h_1 + \Delta h_2}{\Delta h_1 - \Delta h_2}}{\Delta h_1 \frac{\Delta h_1 + \Delta h_2}{\Delta h_1 - \Delta h_2} - \frac{h}{2}} - p_0 - p_0 \frac{\Delta h_1 - \Delta h_2}{\Delta h_2} =$$

$$= p_0 \left[\frac{h/2}{\Delta h_1 \frac{\Delta h_1 + \Delta h_2}{\Delta h_1 - \Delta h_2} - \frac{h}{2}} - \frac{\Delta h_1 - \Delta h_2}{\Delta h_2} \right]$$

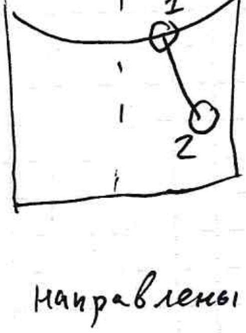
$$m_2 = \frac{p_0 S}{g} \left[\frac{h/2}{\Delta h_1 \frac{\Delta h_1 + \Delta h_2}{\Delta h_1 - \Delta h_2} - \frac{h}{2}} - \frac{\Delta h_1 - \Delta h_2}{\Delta h_2} \right] = 7.69 \text{ кг}$$

Ответ: $m_c = 2.03$ кг, $m_2 = 7.69$ кг

№4

Перейдём в СО, связанную с сосудом, в к-рой вода неподвижна и к-рая вращается с угловой скоростью ω. При этом придётся вводить центробежные силы, равные $m\omega^2 r_\perp$, где r – расст-до оси. Для удобства введём $\vec{g}^* = \vec{g} + \omega^2 \vec{r}_\perp$. Заметим, что вес воды в любой точке сонаправлен с $\vec{g}^*$, поэтому с ~~ней~~ ним сонаправлена и коллинеарна (вдоль той же прямой) сила Архимеда.

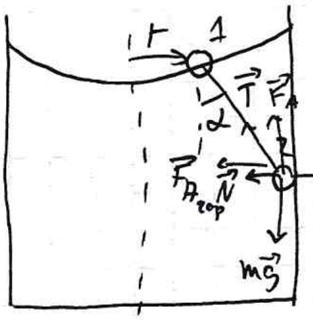
Давайте поймём, как расположены шары во вращающемся сосуде. Допустим, что оба шара не кас-ся стенок:



При этом на каждый шар действует: сила Архимеда $\vec{F_A}$, сила тяжести + центробежная $m\vec{g}^*$ и сила натяжения нити $\vec{T}$ для одного и $-\vec{T}$ для другого. Т.к. шары покоятся, то их сумма равна $0 \to \vec{T} = -\vec{F_A} - m\vec{g}^*$, а т.к. F_A и g^* направлены по одной прямой, то и $\vec{T}$ направлена вдоль той же прямой, но тогда нить и в точке 1, и в точке 2 направлена вдоль $\vec{g}^*$, то есть $\vec{g}^*$ сонаправлен в точках 1 и 2, что возможно только при $r_1 = r_2$, а это значит $\alpha = 0$, что не подходит по условию задачи.

Тогда шар 2 кас-ся стенки. Допустим, что 1 шарик плавает. Тогда на него действует $\vec{F_A}$, $m\vec{g}^*$ и $\vec{T}$ и $\vec{T}$ должно быть коллинеарно $\vec{g}$ ~~направлено~~

а это возможно лишь если шар 1 нах-ся в той же плоскости, что шар 2 и ось симметрии, и находится по ту же сторону от оси, что и шар 2.



На шар 2 действуют: сила нат. нити T, mg, центробежн. $m\omega^2 r_\perp$, верт. сила F_A и горизонтальная $F_{A_{гор}}$ и сила р-ии стенки N. Запишем II-й з-н Ньютона в проекции на верт. ось:

$$T\cos\alpha + F_A - mg = 0$$

$$T\cos\alpha + \rho V g - mg = 0 \to T = \frac{(m-\rho V)g}{\cos\alpha},$$ где m – масса второго шара, ρ – пл-ть жидкости, V – объём второго шара

Запишем то же для 2 шара в покоящемся сосуде

$$T_0 + \rho V g - mg = 0 \to T_0 = (m-\rho V)g$$

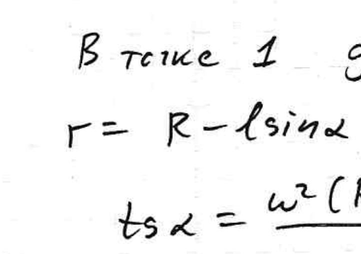
Получаем $T = \frac{T_0}{\cos\alpha}$

В точке 1 g^* коллинеарен $T \to \operatorname{tg}\alpha = \frac{\omega^2 r}{g}$

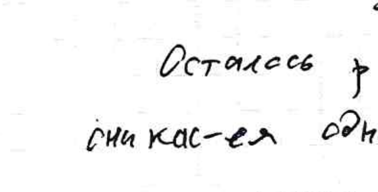
$r = R - l\sin\alpha$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\omega^2(R - l\sin\alpha)}{g} \to \omega = \sqrt{\frac{g\operatorname{tg}\alpha}{R - l\sin\alpha}}$$

Осталось рассм. случай, когда оба шарика кас-ся стенки. Если они кас-ся одной стенки, то $\alpha = 0$ и это нас не интересует. Но они могут касаться противоположных стенок. Однако, т.к. 1-й шарик легче воды (иначе бы шары не плавали вначале), то сумма F_A и mg^* имеет сост., напр. к центру, как и T, т.е. шарик будет возвращаться к центру, т.е. это не равновесие



~~В этом случае мы по-прежнему можем записать II-й з-н Ньютона для 2 шара и получить $T = \frac{T_0}{\cos\alpha}$. Однако это положение неустойчивое, ибо если шары немного приблизятся, то сила натяжения нити будет сближать их дальше, а другие силы не будут мешать, ибо они направлены либо вертикально ($F_{A_{верт}}$, mg), либо радиально ($F_{A_{гор}}$, $m\omega^2 r$, N)~~



По такой же причине невозможна ситуация, когда 1 кас-ся стенки, а 2 плавает

Ответ: $T = \frac{T_0}{\cos\alpha}$

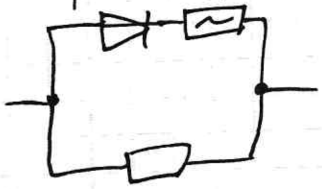
$$\omega = \sqrt{\frac{g\,tg\alpha}{R - l\sin\alpha}}$$

№ 5

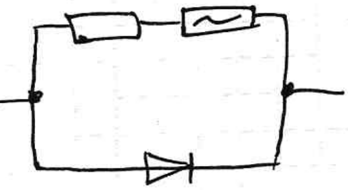
Давайте переберём все варианты соед. 3 эл-тов. Пусть в цепи есть паралл. соед. Либо его начало и конец совпадает с выводами цепи (а), либо нет (б). В последнем случае к параллельно соед. эл-там должен подсоединяться посл-но ещё один эл-т. (Диод всегда ставим по току, иначе, через него вообще никогда ток идти не будет.)

а): Если ветви 3, то все эл-ты соед. параллельно. Тогда при $U = 4В$ через резистор течёт $\frac{4}{3.5}$ А > 1 А → суммарный ток через цепь должен быть > 1 А. Противоречие

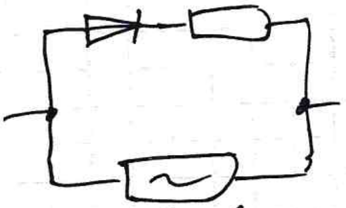
Если ветви 2, то есть 3 случая (можно 3 способами выбрать пару эл-тов, к-рые будут послед-вательно):



При $U < U_0$ открытия диода цепь должна иметь $R = 3.5$ Ом, а это не так — противоречие



Начиная с U_0 ток может быть любым (> какого-то знач.), а на ВАХ это не так — противоречие

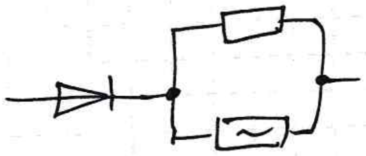


При $U > U_0$ ток через верхнюю ветвь возрастает, а на ВАХ при больших U это не так — противоречие

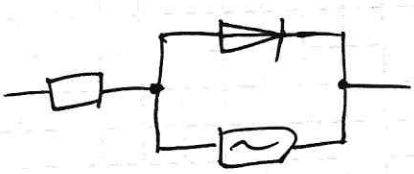
Если ветвь 1, то все эл-ты соед. посл-но, т.е

и до U_0 цепь не пропускает ток — противоречие

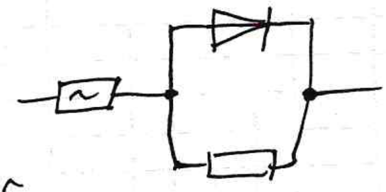
б) Есть 3 случая (3 способа выбрать эл-т, к-рый будет включён посл-но)



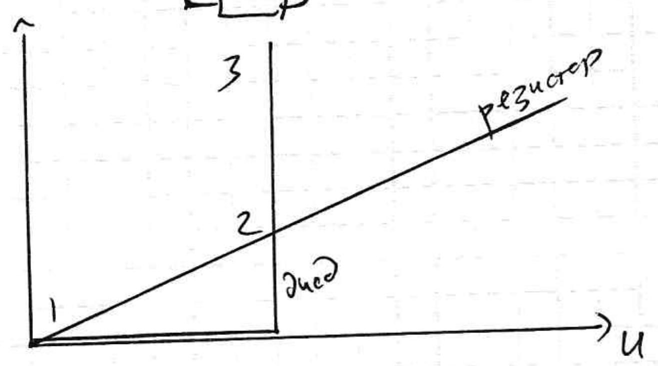
До U_0 должно быть $I=0$, а это не так



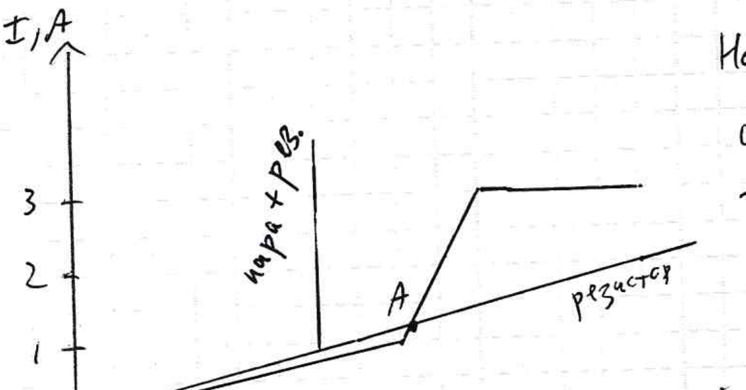
При больших U (начиная с U_0) ток должен линейно возрастать, а это не так



Вроде подходит



Давайте вычислим ВАХ параллельно соед. диода и резистора. При $U<U_0$ он совпадает с ~~граф~~ ВАХом резистора, ибо через диод ток не идёт (участок 12), а при $U>U_0$ диод открыт и пропускает любой ток (участок 23) > тока в т. 2



Наша цепь представляет собой посл-но соед. нелинейный эл-т и пару резистор+диод. Т.к. у нелин. эл-та ВАХ монотонна, то U зависит однозначно от I, как и у пары резистор+диод, как и у всей схемы в целом, причём

$I(U)$ ~~=~~ I

$$U(I) = U_{\text{нелин. эл-т}}(I) + U_{\text{пара}}(I)$$

Т.к. $U(I)_{\text{нелин. эл-т}}$ монотонна (т.к. $I(U)$ у нелин. эл-та монотонна), то $U_{\text{нелин}} \geq 0$

$\to U_{\text{пара}}(I) < U(I) \to U_0 < U_A$, где A - точка пересеч. ~~$U(I)$~~ и $I(U)$ и $I_{\text{рез}}(U)$

Для резистора $I = \frac{U}{3.5}$ (ток в А, U в В), для цепи ~~при таких~~ напряжения ×

$$\frac{I-3}{I-1} = \frac{U-5}{U-4} \to UI - 3U - 4I + 12 = UI - U - 5I + 5$$

$$-2U + I + 7 = 0$$

Тогда $-2U_A + \frac{U_A}{3.5} + 7 = 0$

$$-7U_A + U_A + 7\cdot 3.5 = 0$$

$$6U_A = 7\cdot 3.5$$

$$U_A = \frac{7\cdot 3.5}{6}\ \text{В} = 4.083\ \text{В}$$

Чтобы найти $U_{нелин}$ при токе I, нужно из $U_{цепи}$ при этом токе вычесть $U_{пары}$ при этом токе. Из предыдущего графика видно, что при $U_0 \le$ ~~4В~~ 3.5В (т.е. I в ветке стабил. $\le 1А$) полученная ф-я будет монотонной → и ВАХ будет монотонна

Если же брать $U_0 \in$ (~~4В~~ 3,5В, U_A), то на промежутке от 1А до $\frac{U_0}{3.5\,Ом}$ найдем $\frac{dU_{нел}}{dI} = \frac{dU}{dI} - \frac{dU_{пара}}{dI} = 0.5\,Ом - 3.5\,Ом = -3\,Ом < 0$ →

→ $\frac{dI}{dU_{нел}} < 0$ → ВАХ немонотонна

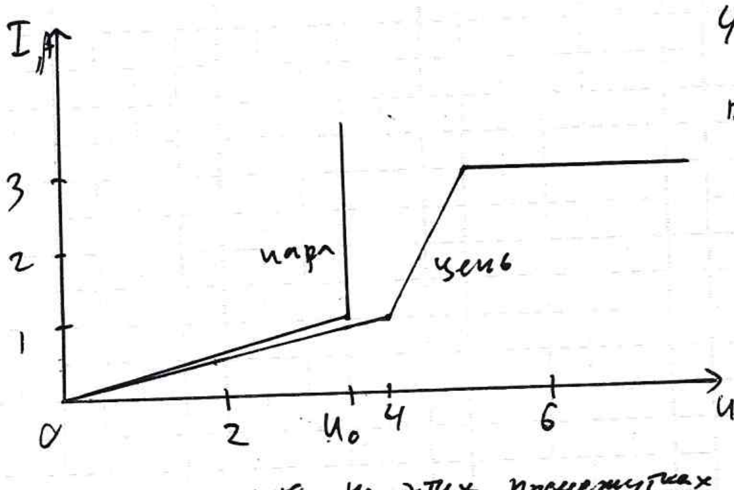
При $U_0 < 3.5$, то от $U \in (0, U_0)$ $\frac{dU_{нел}}{dI} = \frac{dU}{dI} - \frac{dU_{пара}}{dI} = 4\,Ом - 3.5\,Ом = 0.5\,Ом$

→ $\frac{dI}{dU_{нел}} > 0$ и ВАХ на этом промежутке монотонна, а при $U > U_0$ $\frac{dU_{нел}}{dI} =$ (положит. число Ом или 0) $- 0 \ge 0 \to \frac{dI}{dU} \ge 0$ →

и на этом промежутке ВАХ монотонна. Таким образом,

$U_0 \in [0, 3.5]$ В

$U_{max} = 3.5$ В

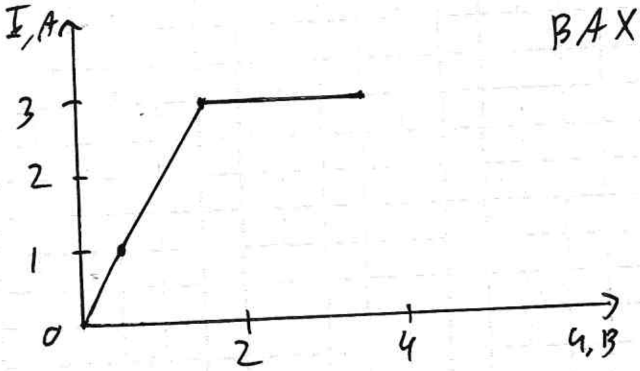


Чтобы построить ВАХ нелинейного эл-та, посчитаем его $U(I) = U_{цепь}(I) - U_{пара}(I)$. Достаточно посчитать это для тех точек, в к-рых происходит скачок $\frac{dI}{dU}$, а между этими точками $I(U)$ будет линейным. Это очевидно хотя бы из того, что на этих промежутках $\frac{dU_{цепь}}{dI} = const$, $\frac{dU_{пара}}{dI} = const$ →

→ $\frac{dU}{dI} = const$, т.е. линейно

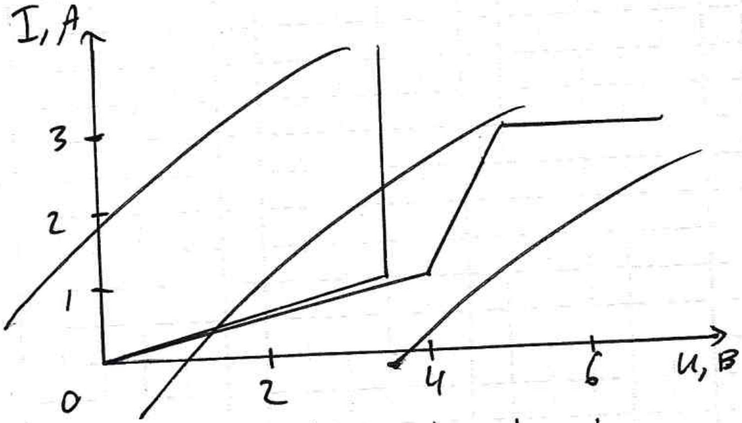
$\frac{dI}{dU} = const$

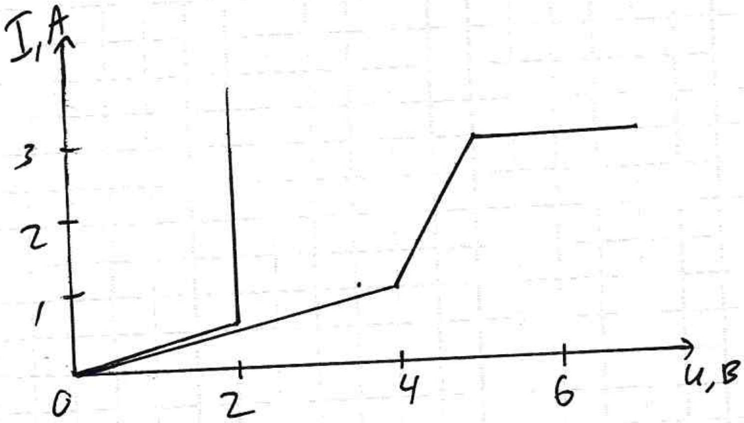
I, A	0	1	3	3
U, В	0	0.5	1.5	3.5



ВАХ нелинейного эл-та для $U_0 = 3{,}5$ В

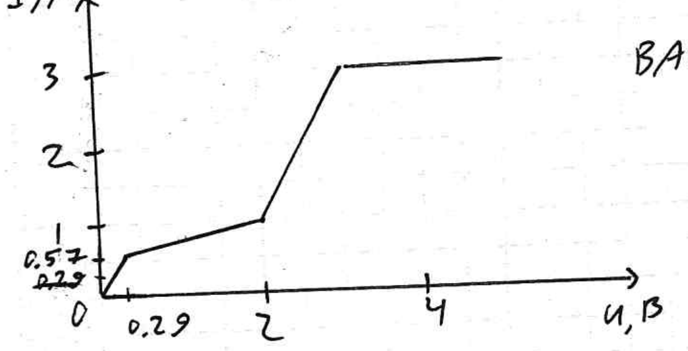
Сделаем то же для $U_0 = 2$ В:





I, A	0	0,57	1	3	3
U, В	0	0,29	2	3	5

$\left(0{,}57\,\text{А} = \frac{2\,\text{В}}{3{,}5\,\text{Ом}}\right)$ $\left(0{,}29\,\text{В} = 4\,\text{Ом} \cdot \frac{2\,\text{В}}{3{,}5\,\text{Ом}} - 2\,\text{В}\right)$ (В начале ВАХ совпадает с ВАХ резистора 0,5 Ом)



ВАХ нелин. эл-та для $U_0 = 2$ В

Ответ: $U_0 \le 3{,}5$ В