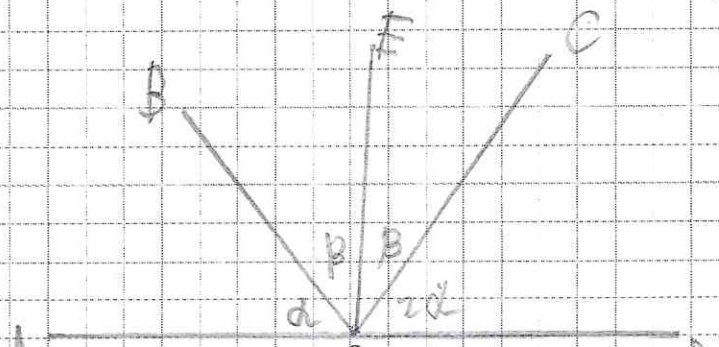


| | | | | | |
|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 7 _{ск} | 7 _{ск} | 6 _{ск} | 5 _{ск} | 7 _{ск} | 7 _{ск} |

ЛИСТ 1 ИЗ 5

М71 - 04
ШИФР (заполняется Оргкомитетом)

Задача 1.



~~По условию~~
Пусть $\angle AOB = \alpha^\circ$,
 $\angle BOE = \beta^\circ$. Тогда
 $\angle EOC = \beta^\circ$, т.к. OE — биссектриса $\angle BOC$, т.е. делит
его на две равные части, а $\angle DOC = 2\alpha^\circ$
по условию. По условию, $\angle AOD = 180^\circ$, а $\angle AOE = 70^\circ$.
Тогда:

$$\alpha + \beta + \beta + 2\alpha = 180^\circ$$

$$\alpha + \beta = 70^\circ$$

$$\alpha = 3\alpha + 2\beta - (\alpha + \beta) \cdot 2 = 180^\circ - 70^\circ \cdot 2 = 40^\circ$$

$$\beta = 3\alpha - 2\beta - \alpha = 70^\circ - 40^\circ = 30^\circ$$

$$\angle BOC = 2\beta = 2 \cdot 30^\circ = \underline{\underline{60^\circ}}$$

Ответ: $\angle BOC = 60^\circ$

Задача 2.

Назавём число, у которого мы ищем
разряд, x , а его остаток от деления
на 40 и 725 r . Тогда:

$$\begin{aligned} x - r : 40 &\Rightarrow x - r : 8 \\ x - r : 725 &\Rightarrow x - r : 1000 \end{aligned}$$

Значит, последние три разряда
~~этого~~ числа $x - r$ это нули. Так же

известно, что $x < y$, т.к. это остаток от деления на 10. Тогда x — трёхзначное, y — четырёхзначное при прибавлении его к числу x , y которого последние 3 разряда нули, третий разряд не изменится, значит третий разряд $x - r + r = x$ это 0.
Ответ: 0

Задача 3.

Допустим, что x и y — отрицательные натуральные числа. Без ограничения общности будем считать, что отрицательное y . Тогда:

$$x > 0; y < 0$$

$$x > x^2 - x > y^2 \Rightarrow x^2 > y^2$$

$$y^2 = y^2 - x^2$$

$y^2 - y > x^2 \Rightarrow y^2 - y - x > x^2 - x$. Здесь мы можем вынести $x^2 - y$ из правой части и y^2 из второй и неравенство сократится, т.к. $x^2 - x > y^2$. Тогда:

$$-y - x > 0$$

$-y > x$ оба числа здесь натуральные, значит:

$$(y)^2 > x^2, \text{ тогда } y^2 > x^2 > y^2 \Rightarrow y^2 > y^2. \text{ Противоречие.}$$

Когда знаменатель y отрицательный, это единственный случай, когда $xy < 0$, но мы докажем, что такое невозможно быть.
~~Исходные знаки: число z отрицательное и y отрицательное.~~
~~Или: $xy < 0$ и $z < 0$.~~

~~$x=0; y=2$~~

~~$x^2 - xy > y^2$ верно, т.к. $0 - 0 > 2$.~~

~~$y^2 - y > x^2$ верно.~~

Число 0 в xy так же получится, т.к. $0^2 - 0^2 = 0$.
и квадрат любого числа не меньше 0 .
Знак $+$ получается при:

$x = -2; y = -2$

$x^2 - y > y^2$ верно, т.к. $4 - (-2) > 4$

$y^2 - y > x^2$ верно, т.к. $4 - (-2)^2 > 4$

Ответ: только знак $+$.

Задача 4.

Пусть мальчиков m , а девочек — n .
Каждый мальчик знаком с m, n девочками, а каждая девочка — с m мальчиками.
Пусть $\text{НОД}(m, n) = d > 1$. Тогда $79 : m \leq n < 79$,
но 79 простое, значит $n = 1$. Значит,
 m и n взаимно просты.

Из того, что знаменатель взаимно прост, следует то, что $mm_1 = dd_1$. Тогда:

$$mm_1 : d \mid d_1; \text{НОД}(m, d) = 1 \Rightarrow m_1 : d \Rightarrow m_1 \geq d$$

$$dd_1 : m \mid m_1; \text{НОД}(m, d) = 1 \Rightarrow d_1 : m \Rightarrow d_1 \geq m$$

$$m_1 \leq 39; d_1 \leq 39 +$$

$$m_1 \neq d_1 \Rightarrow d_1 + m_1 = 79$$

$$39 + 39 \leq m_1 + d_1 \Rightarrow 78 \leq 79. \text{ Противоречие?}$$

Ответ: нет.

Задача 5.

Ответ: 50 99

Решение:

~~Стратегия 1:~~

~~Стратегия 2: Вали:~~

~~Нужно показать, что...~~

~~и разбить на~~

~~Стратегия 3: Вали:~~

~~нужно показать, что...~~

~~как показ, вали. В случае, если~~

~~тогда в лев. части на и, где~~
~~макет из при. склад, и и~~

~~а если осталась ^{одна пара} ~~одна пара~~, но если есть ^{то без остатка} ~~три пары~~ с двумя орлами "делаем" из них, а если нет, то:~~

~~Ана слева и справа от пары решек ^{интервалы} больше на одну, а в паре ^{характер} меньше на две, значит решек уже половина, т.е. 74.~~

Для Теми:

Стратегия для Васи: по кругу ставим орлов, а остальное чередуем: O O P O P ... O P. тогда в ~~74~~ паре ~~орлов~~ перебор, пар в ~~орлов~~ счет, и не учтем, ~~74~~ - 60 решек ^{тогда решек будет 74.} +

Для Теми:

^{хев.} идем от ~~края~~ и в ~~буквы~~ ~~видим~~ что орлы повт., просим ~~создать~~ ~~три~~ ~~пары~~ ~~ку~~ ~~с~~ ~~орлами~~ и тем, что ~~страва~~, так ~~идем~~ ~~одни~~ ~~из~~ ~~орлов~~, ~~потом~~ ~~идем~~ ~~дальше~~. тогда мы ~~удержим~~ все ~~последние~~ ~~орлов~~ ~~от~~ ~~края~~ ~~случая~~, если два ~~послед.~~ - ~~орлов~~. ~~итого~~, ~~лучше~~, что ~~решек~~ ~~хотя~~ ~~бы~~ ~~половина~~ ~~от~~ ~~всего~~, ~~края~~ ~~нас~~, ~~двух~~, ~~т.е.~~ ~~(740-2)/2~~
2mb@ms: 74 +

~~переворот переворот мизану. Изма.
в ~~скорках~~ скорках один орёл, переворот
мизану не меняет ~~местности~~.
Значит по штыку в скорках оста-
ется неч. как-то орёл, т.е. хоря-бываю
итого орлов $\frac{1}{3}$ от 150, т.е. 50, плюс хоря-
бы один в скорках, т.е. 51, значит
Решек $150 - 51 = 99$.~~

Стратегия для Пети:

~~сначала убираем все тройки
попарно из двух орлов, затем, переуби-
ваем "тройки" ~~из~~ где орлов 2 и
"соразываем" их в друг друга.
Тогда будет горешек, если мы
"схотим" все тройки тройки,
или 99, если одна останется~~

Ответ: 74

Стратегия для Васи:

~~насплавим орлы и решки и по чередно
разбиваем на пары (OP, OP, OP, ...), тогда
в модуль тройку попадет пара, пере-
ворот пары, мы не меняем как-то решек.~~

Для Пети: ищем и "соразываем" друг в друг.
пары соответствующим орлов ~~и~~ ~~оставшиеся~~

| | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|----|
| 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | Σ |
| 7 | +сн | +оп | 0сн | -сн | 15 |
| 3сн | 7оп | 5сн | 0 | 0 | |

ЛИСТ 7 ИЗ 11

МД - 7 - 08
 ШИФР (заполняется Оргкомитетом)

Задача 5.

Могут быть хитрецы

Допустим, что человек, говорящий правду, больше, чем один. Тогда один из них говорит что остальные (в том числе и другие правдивые) лгут, значит "правдивый" сам лжет, что не может быть. Значит, кол-во правдивых не больше, чем 1.

Допустим, что все лжецы. Тогда каждый из них сказал правду, что не может быть. Значит, есть хотя бы один "правдивый" и он не лжет, чем один. Тогда лжецов 3.

Ответ: 3

Задача 8.

1. Треугольник ABC симметричен относительно осей, по своей сути равный треугольник.

2. Пусть M_1 и M_2 — середины AB и BC.

3. По свойству равноб. треугол. $S_{AM_2BC} = S_{BAC}$, т.е.

$$S_{AM_2(A)} = B, \quad S_{AM_2(AC)} = AB, \quad S_{AM_2(M)} = M_1$$

$$3. S_{AM_2(AC)} = AB, \quad BR = AP \Rightarrow S_{AM_2(R)} = P$$

$$S_{AM_2(M)} = M_1; \quad S_{AM_2(P)} = R; \quad S_{AM_2(A)} = B \Rightarrow S_{AM_2(\angle ARM)} = BPM; \quad S_{AM_2(\angle PBM)} = \frac{1}{2}PAM_1$$

$$S_{AM_2(BMR)} = AM_1P$$

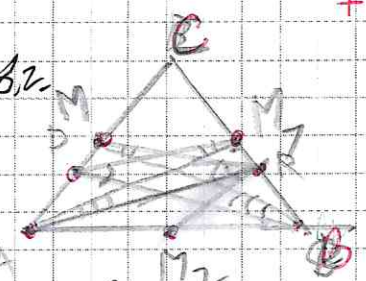
4. BM - медиана, значит этой высоты по свойству равнобедренного треугольника, значит $\angle AMB = 90^\circ$; AM_1 - медиана $\triangle ABC$ по тем же свойствам, $\angle MAM_1 = \frac{1}{2} \angle CAB = \frac{1}{2} \cdot 60^\circ = 30^\circ$

5. $\angle ARM + \angle RBM + \angle BMR = \angle ARM + \angle RAM_1 + \angle BMR$ по сумме углов

$\angle ARM + \angle RAM_1 + \angle BMR + \angle AMB = 180^\circ$, т.к. сумма углов треугольника 180° .

$\angle ARM + \angle RAM_1 + \angle BMR = 180^\circ - \angle MAM_1 - \angle BMA = 180^\circ - 30^\circ - 90^\circ = 60^\circ$

$\angle MBE = 60^\circ$



Задача 10.

~~Ответ: не всегда.
 Решение:~~

~~Ответ: не всегда.~~

~~Решение: рассмотрим пример, где в левой вершине угол α находится:~~

~~72
22~~

~~Понятно что произойдет при привлечении ершицы в стандарт или строку с тем квадратом
 1. если увеличатся числа углов четности, их четность не изменится.~~

11-4-08

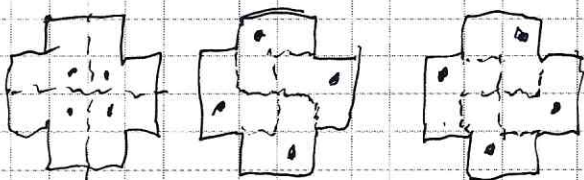
~~2. Если n увеличивается числа единиц четности, то четных становится меньше или больше, т.е. четность как-то ~~не~~ четных чисел не меняется.~~

~~Если произведение делится:~~

~~1. Если оба числа четные, они могут~~

~~Задача 7.~~

~~Ответ: да, пример числа~~



~~Задача 10.~~

~~Ответ: не всегда.~~

~~Решение:~~

~~Докажем, что получилось, тогда перейдем с формула и отобразим все единицы перейдем к изначальной. И по пути будем считать сумму чисел в каждой из них.~~

~~Из формулы сумма равна 2021^2 , затем ^{таблица} делится на 4, противоположные тем, что в условии рассмотрим их:~~

~~1. В месте представления функции
ищется происхождение вычитания.
сумма изменяется на длину
строки или столбца $\frac{1}{2}$ от,
2. вместо гласных -~~

ответ: да, можно