1	2	3	4	5	
+ 7	$+_{2}$ 7	+ 7	$\frac{-}{0}$	0 0	21

Задача 2.

При $x=-1$ и $y=-1$ $(-1)^2-(-1)=1+1=2$ $2>(-1)^2$, тогда $xy=1$

~~При $x=-1,1$ и $y=2$ $(-1,1)^2-(-1,1)=1,21+1,1=2,31$ $2,31>$~~

Когда x и y разных знаков, то пусть $x<0$ и $y>0$ (нам это не так важно т.к. если x заменить на y и наоборот, то мы получим те же неравенства) Тогда $x^2-x=x^2+|x|$. Тогда $y^2>x^2+y$ и т.к. $x^2-x>y^2$, то $x^2-x-y>x^2$, тогда $-x-y>0$, тогда $|x|-y>0$, тогда $|x|>y$, значит $x^2>y^2$, тогда $x^2>y^2>x^2+y$, значит $x^2>x^2+y$, значит $0>y$, а мы взяли, что $y>0$, получим противоречие. Так же заметим, что ~~если~~ $x\neq0$ и $y\neq0$, так как $0^2-0=0$, а $x^2\geq0$ и $y^2\geq0$. Значит $xy>0$. +

Ответ: xy всегда больше 0.

~~Заметим~~

Задача 1.

Заметим, что на остаток при делении на 40 и на 125 влияют только три последние цифры числа, т.к. $1000=40\cdot25=125\cdot8$ и число можно представить как $1000x+\overline{abc}$, значит $\overline{abc} \bmod 40=\overline{abc} \bmod 125$, значит $\overline{abc}-(\overline{abc} \bmod 40)\vdots 40$ и $\overline{abc}-(\overline{abc} \bmod 40)\vdots 125$

НОК$(40,125)=1000$, значит $\overline{abc}-(\overline{abc} \bmod 40)=0$, т.к. $\overline{abc}<1000$. При этом $\overline{abc} \bmod 125<40$, т.к. $\overline{abc} \bmod 40<40$, значит $a=0$

Ответ: в разряде сотен может стоять только 0.

+

Задача 3.

Пусть мальчиков k_1, а девочек k_2, тогда $k_1+k_2=79$. При этом $k_1 \geq 1$ и $k_2 \geq 1$, т.к. точно есть знакомство между девочками и мальчиками. Т.е. $78 \geq k_1, k_2 \geq 1$

Предположим, что оказалось так что все девочки знакомы с одинаковым количеством мальчиков (пусть это будет x) и все мальчики знакомы с одинаковым количеством девочек (пусть это будет y), знакомствами между (девочками и девочками) и (мальчиками и мальчиками) пренебрежём. Так как знакомства взаимные, то $k_1y=k_2x$, тогда $k_1=79-k_2$; $(79-k_2)y=k_2x$; $79y-k_2y=k_2x$; $79y=k_2(x+y)$, заметим, что $1 \leq k_2 \leq 78$; $1 \leq x, y \leq 39$, значит $2 \leq (x+y) \leq 78$ и $y, k_2, x \in N$. Так как 79 - простое, то $k_2 \vdots 79$ или $(x+y) \vdots 79$, но т.к. $0 < k_2, (x+y) < 79$, то это невозможно, получили противоречие, значит так оказаться не могло.

+

Ответ: Нет.

Задача 4.

Мысленно разобьём монеты на 30 групп по 5 подряд идущих. Тогда если в группе 0 решек, то возьмём любые три подряд идущие и получим 2 решки в этой группе, если в группе 1 решка и она не по центру то возьмём три подряд идущих орла получим 3 решки в этой группе, если эта решка в центре, то возьмём первые три, тогда ~~за~~ либо центральная не станет решкой и мы перейдём ~~в~~ в предыдущий пункт, либо в группе станет 3 решки. Таким образом в каждой из 30 групп будет хотя бы 2 решки, значит всего будет хотя бы 60 решек. Можно больше

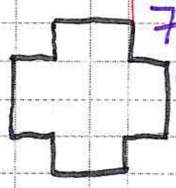
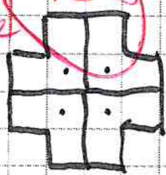
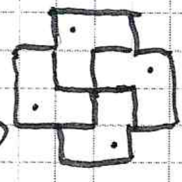
Всероссийская олимпиада школьников
Региональный этап 2020/2021 учебный год

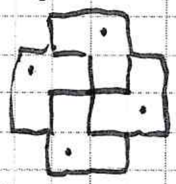
ЛИСТ _____ ИЗ _____	М8I-05
	ШИФР (заполняется Оргкомитетом)

ЛИСТ 1 ИЗ 3 | ММ2 - 8 - 20
ШИФР (заполняется Оргкомитетом)

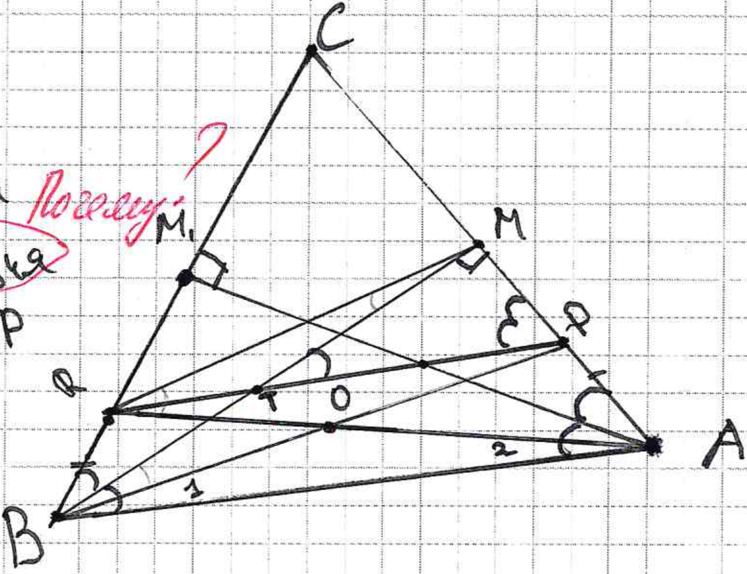
	6	7	8	9	10	Σ
ЕЮ	+	±	∅	–	–	
	7 АС	5 ЮВ	∅	0 сп	0 АВ	12

Задача 6.

Существует:  , разбиения:  ,  ,

 , точками отмечены центральные клетки.

Задача 7.



Проведём PR, тогда ?
BRPA - равнобокая трапеция Почему?
т.к. ∠CBA=∠CAB и BR=AP
Значит PR || AB.
AM - биссектриса, медиана и высота, т.к. △ABC - равносторонний. Проведём AM_1 - медиану к BC.*
∠ARM=∠MRP+∠PRA. Т.к. в равн. трапеции диагонали делятся ?
точкой пересечения пополам и они равны, то △BOA - равнобедрен.
Значит ∠1=∠2. ∠PRA=∠2, т.к. RP || AB, значит
∠1=∠PRA, значит ∠PBM+∠PRA = $\frac{1}{2}$∠B = 30°.
∠MPR=∠A, т.к. RP || AB. Тогда ∠MTP = 180° - 90° - 60° = 30°.
Тогда ∠MRP+∠BMR=∠MTP=30°, тогда
∠ARP+∠PRM+∠PBM+∠BMR = 30°+30° = 60° = ∠ARM+∠PBM+∠BMR.

Ответ: ∠ARM+∠PBM+∠BMR=60°

* Она так же будет биссектрисой и высотой, т.к. △ABC - равностор.

ЛИСТ 2 ИЗ 3	М-2-8-20 ШИФР (заполняется Оргкомитетом)

~~Задача 10.~~
~~Будем действовать следующим образом: по очереди каждую клетку будем превращать в 1. Начнём с клетки (0;0) далее (0;1) и т.д.~~
~~Для того чтобы клетку в которой стоит число x в 1 нужно: к строке этой клетки прибавить 1~~

Задача 9.

Т.к. $n>2$, то $n!+n^3+1>2+8+1=11$, значит $n!+n^3+1\neq 2$, тогда $n!+n^3+1\not\vdots\, 2$, тогда т.к. $n!\,\vdots\, 2$ при $n>2$, то $n^3\,\vdots\, 2$, значит $n\,\vdots\, 2$
Тогда $n^2+2\,\vdots\, 2$ и $\not\vdots\, 4$ т.к. $n^2\,\vdots\, 4$, а $2\not\vdots\, 4$, $n^2\,\vdots\, 4$, т.к $n\,\vdots\, 2$.
$n^3+1=(n+1)(n^2-n+1)$. $p_1+p_2\,\vdots\, 2$, $p_1+p_2\geq 11$
$p_1=\frac{n^2}{2}+1+x$, $p_2=\frac{n^2}{2}+1-x$. $n\neq 8$ и $n\neq 10$, т.к. при $n=8$ $n!+n^3+1=8!+512+1=8!+57\cdot 3^2$, а $8!\,\vdots\, 3$, значит при $n=8$ $n!+n^3+1\,\vdots\, 3$, при $n=10$ $10!+1001=10!+7\cdot 143$, а $10!\,\vdots\, 7$, значит при $n=10$ $n!+n^3+1\,\vdots\, 7$ и $\notin P$.
при $n=4$ $4^2+2=18=11+7$; при $n=6$ $6^2+2=38=19+19$
при $n=12$ $n!+n^3+1\,\vdots\, 3$; при $n=14$ $n!+n^3+1\,\vdots\, 5$, при $n=16$ $n^2+2=127+131$. Любое чётное число ≥ 8 можно получить суммой двух простых чисел.

Задача 10.

Делить строку/столбец мы можем только на общий делитель, т.к. если мы получим не целое число, то 1 мы получить не сможем ~~его~~ прибавлением 1 и делением на натуральное.