Всероссийская олимпиада школьников по математике
Региональный этап
3 - 4 февраля 2020 г.

МI 9 - 14

Фамилия Небабин

Имя Никита

Отчество Романович

Класс 9

Территория г. Пермь

Образовательная организация МАОУ „СОШ №9" г. Перми

М I 9 - 14

1	2	3	4	5	Σ
+	±	∓	−	0	
7	6	7	0	0	

Задача №1

~~Всего~~ на столе было 55 конфет, тогда у нас всего 4 варианта распределения конфет между кучами поровну: 55 куч по 1 конфете; 1 куча, в которой 55 конфет; 5 куч по 11 конфет; 11 куч по 5 конфет. Также малыш чередует свои действия, начиная с разделения кучи (разделяет, объединяет, разделяет, объединяет и т.д.), тогда на столе может оказаться всего 2 разных кол-ва куч 10 и 11 (после 1-ого деления будет 11, т.к. в кучах хотя бы 1 конфета, после 2-ого будет 10 и т.д. число разделений). Т.о. Малыш может ~~разложить~~ перераспределить конфеты так, чтобы во всех кучах было поровну, только одним ~~из~~ вариантом — 11 куч по 5 конфет. Малыш может это сделать, например, так:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

1 2 3 4 5 6 7 8 9 5 5

5 2 3 5 6 7 8 9 5 5

5 2 3 5 6 7 8 5 4 5 5

5 5 5 6 7 8 5 4 5 5

5 5 5 5 1 7 8 5 4 5 5

5 5 5 5 5 7 8 5 5 5

5 5 5 5 5 7 3 5 5 5 5

5 5 5 5 5 10 5 5 5 5

5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5

$x \to y, z$ — делим кучу ~~x на~~ с x конфет на две кучи с y и z конфет

x, y — объединяем кучи с x конфет и y, для получения расположения кладём общую кучу на место кучи с x конфет.

Задача №2

~~Найдём из 3 наибольших чисел минимальное, все остальные числа (помимо этих 3) меньше минимального из этих 3, пусть~~

Упорядочим все числа по возрастанию, тогда 1-ое из 3 наибольших чисел минимальное из ~~них~~ из этих 3, тогда пусть 1-ое из 3 наибольших будет x, значит все остальные числа (кроме этих 3) меньше x, тогда большее из трёх наименьших чисел ~~будет~~ ~~y. (потому что)~~ Чем больше ~~расстояние~~ разница между x и y, тем больше чисел может находиться между ними, т.к. разница между любыми двумя хотя бы 10, значит x должно быть как можно больше - сумма квадратов 3 наибольших как можно больше, но меньше 3 000 000, а 2 других наибольших как можно меньше по модулю, т.к. иначе x будет меньше. ~~Значит~~ y должен быть как можно меньше, а 2 других наименьших как можно больше, чтобы сумма квадратов была максимальна, но меньше 3000000, тогда $y=-x$, ведь сумма квадратов в обоих случаях как можно больше, но меньше 3000000, ~~[illegible]~~ а также x как можно больше, а y как можно меньше, также 2 других наибольших ~~это~~ $x+10$ и $x+20$, так как минимальная разница между любыми 2 числами ~~это~~ 10, а 2 других наибольших как можно меньше, а два других наименьших $-x-10$ и $-x-20$, ~~[illegible]~~. При $x=990$: $x+10=1000$, $x+20=1010$; $x^2=980100$, $(x+10)^2=1000000$; $(x+20)^2=1020100$, тогда сумма квадратов равна $x^2+(x+10)^2+(x+20)^2=$ $=3000200>3000000$, все числа на доске целые, тогда рассмотрим $x=989$: $x+10=999$; $x+20=1009$; $x^2=978121$; $(x+10)^2=$ $=998001$; $(x+20)^2=1018081$, тогда сумма квадратов равна $2994203<3000000$,

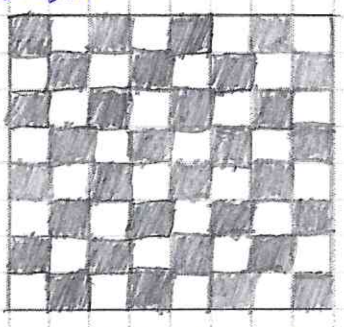
откуда?

значит $x=989$ - ~~[illegible]~~ максимально возможное x, тогда минимально возможное $y=-989$, найдём кол-во чисел между x и y: $\frac{x-y}{10}-1=$ (искл., т.к. x не входит в кол-во чисел между x и y) $=197{,}8-1=196{,}8$; чисел у нас целое кол-во, тогда ~~[illegible]~~ максимальное кол-во чисел между x и y это 196, а также на доске еще есть 3 наибольших и 3 наименьших $(3\cdot 2)$, тогда $196+3\cdot 2=$ $=202$, что является максимальным кол-вом чисел на доске

почему 202 существуют?

Задача ~~1~~ 9.3

Раскрасим доску таким образом в 2 цвета:



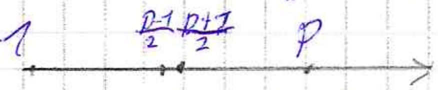
Тогда если все чёрные клетки будут заняты крестиками или доминошками, а на белых клетках не будет крестиков, то доминошки будет некуда ставить (доминошка либо будет налезать на другую доминошку, либо под ней будет только 1 крестик), тогда у Коли есть ~~выигрышная такти~~ тактика, он ~~вне зависимости от ходов Димы~~ закрывает все такие чёрные клетки крестиками, ~~которые~~ какие не закрыты доминошками. Так как любая положенная доминошка Димы закрывает 1 чёрную и 1 белую клетку вне зависимости от расположения, то Коля и Дима, начиная с Димы, будут закрывать по 1 чёрной клетке поочерёдно. Чёрных клеток 32, значит на или раньше 33 ход, начиная с 1, (Димин ход) все чёрные клетки будут закрыты крестиками или доминошками, тогда Диме будет некуда ставить следующую доминошку, на белых клетках нет крестиков, т.к. Коля ставил их только на чёрные клетки, значит Дима проиграл.

Дима никак не может повлиять на игру ~~на~~ в этой тактике Коли, так как от его хода не зависит кол-во закрытых чёрных клеток, значит тактика Коли выигрышная

почему Коля всегда может ходить?

Задача №9_4

У нас есть координатная прямая



Пусть y будет $\frac{p-1}{2}$, тогда числа, на которое делимость $py+1$ надо проверить $\in[\frac{p+1}{2}; p)$, т.к. мы проверяем меньший делитель и числа нужно проверять до $\sqrt{py+1}=\sqrt{p\cdot\frac{p-1}{2}+1}=\sqrt{\frac{p^2-p+1}{2}}<p$, т.к. $p=\sqrt{p^2}$ и $p>3$, значит $\cancel{p^2-p+1<p^2}$ $p^2-p+1<p^2$ $p>1$, т.е. меньшие делители $\in[\frac{p+1}{2}; \cancel{p}\ \sqrt{\frac{p^2-p+1}{2}}]$ ~~иначе~~ т.е. $[\frac{p+1}{2}; p)$

что доказано?

Всероссийская олимпиада школьников по математике
Региональный этап
3 - 4 февраля 2020 г.

М-2-9-15

Фамилия Небабин

Имя Никита

Отчество Романович

Класс 9

Территория г. Пермь

Образовательная организация МАОУ „СОШ №9" г. Перми

М-2-9-15

	6	7	8	9	10	Σ
АЦ	+.	+	—	—	∅	
	7 к.р.	7 к.р.	0 к.р.	0 сн	0 сн	14

Задача №9.6

Пусть ~~длина~~ длина всей окружности $102y$, тогда половина длины окружности - $51y$, Пусть скорость Пети $50x$, тогда скорость Миши $51x$. За время $\frac{y}{x}$ со старта Миша пробежит $51y$, т.е. половину окружности, а Петя - $50y$. Затем ~~Петя~~ Миша может сменить направление и за время $\frac{y}{x}$ со сменой направления добежать до стартовой ~~направления добежать~~ и снова может сменить направление точки, в то время как Петя пробежит ещё $50y$, т.е. пробежит $100y$ ~~от 102y~~ так они встретятся 2й раз за всё время с начала. Расстояние в этот момент между ними - $2y$, значит время встречи $\frac{2y}{101x}$. На месте встречи после бесконечно малого времени Миша сменяет направление, в этот момент расстояние между ними бесконечно мало, значит Миша догонит Петю и пересечётся с ним в III раз (время, которое осталось бежать Пете до стартовой точки $(\frac{2y}{50x} - \frac{2y}{101x})$). Таким образом ~~Петя~~ Миша пересечётся с Петей 3 раза.

~~Задача №~~

Задача №9.7

Кол-во зелёных хамелеонов неубывает и зелёные хамелеоны всегда отвечают правду, ~~значит~~ когда коричневый хамелеон лжёт, он становится зелёным и число ~~хаме~~ зелёных хамелеонов увеличивается на 1, так как все хамелеоны сказали разные числа, то между двумя опросами зелёных хамелеонов должен быть опрошен хотя бы 1 коричневый, иначе один из зелёных хамелеонов солгал, что противоречит условию, значит если между опросами двух зелёных есть опрос коричневого, то коричневых хамелеонов хотя бы 1009, тогда зелёных хамелеонов 1010. Вот как они могли быть опрошены. I хамелеон (зелёный) сказал, что зелёных хамелеонов 1010, II хамелеон (коричневый) сказал, что зелёных 1 и стал зелёным, III хамелеон (зелёный) сказал, что зелёных 1011, IV хамелеон (коричневый) сказал, что зелёных 2 и стал зелёным и т. д. (последовательность ответов: 1010; 1; 1011; 2; 1012; ...; 2018; 1009; 2019) Таким образом 1010 зелёных хамелеонов изначально - максимальное кол-во зелёных хамелеонов изначально.

Задача №9.8

∠ABC ~~может быть рав~~ равен 60° Нет решения.

Задача №9.9

Так как у всех многоугольников, полученных разрезанием равное кол-во сторон, то

в ~~одном из г~~ которых из них может ~~быть~~
может совпадать со сторонами лишь половина сто-
рон исходного многоугольника со сторонами этого, значит
никакие стороны совпадающие со сторона-
ми исходного многоугольника не параллель-
ны. Добиться параллельности диагоналей
со сторонами исходного или диагоналей с
диагоналями можно лишь параллельным
переносом ~~стороны~~ прямой, образованной
из диагонали или стороны исходного
многоугольника. Так как исходный мно-
гоугольник правильный, то при паралле-
льном переносе и не совпадении со ~~сторонами~~ ~~полученного~~
~~полученного отрезка и~~ сторонами исходного многоугольника
~~вершинами (не с теми, из концами отрезка,~~
~~из которого была образована прямая)~~
кол-во сторон полученного многоугольни-
ка будет ~~[illegible]~~ равно $1+1+2x$ (где $1+1$ –
исходный отрезок и полученный отрезок;
$2x$ – стороны, ~~которые находят~~ которые
находятся между прямой исходного от-
резка и прямой полученного отрезка,
их чётное число, потому что ~~[illegible]~~ исход-
ный многоугольник – правильный, и ~~[illegible]~~
~~[illegible]~~ он симметричен относительно
сер. пер. к исходному отрезку, значит
кол-во сторон в полученном многоугольнике
под сер. пер. равно кол-ву сторон в пол-

ченном многоугольнике под сер. пер., не считая исходный и полученный отрезки), значит если многоугольник хороший, то кол-ва сторон чётное, а по условию все полученные многоугольники имеют нечётное кол-во, значит все они не хорошие.

не обязательно все многоугольные

P.S. x – кол-во сторон между прямой исходного отрезка и прямой полученного отрезка под сер. пер. к исходному отрезку, а отсутствие пересечений между диагоналями говорит о невозможности создать нечётное кол-во отрезков, потому что тогда отрезается не исходный многоугольник.