XLVIII Всероссийская олимпиада школьников по физике. Региональный этап.
Дистанционный тур

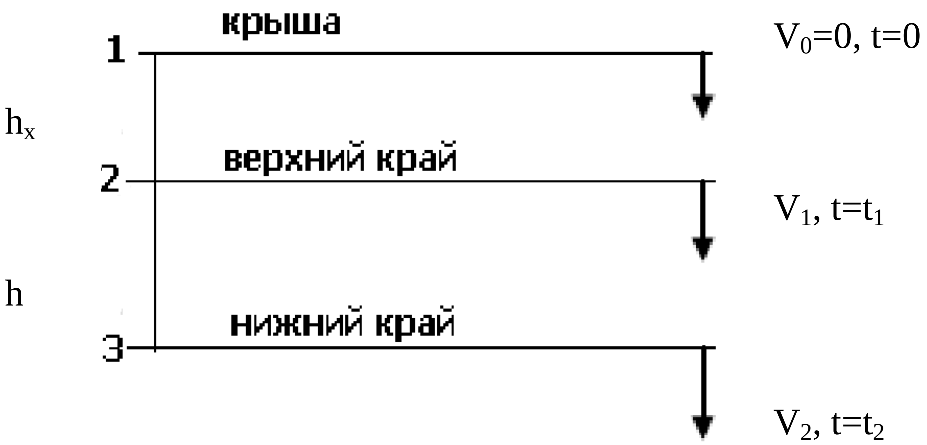
Возможные решения

9 класс

Задача 1. Падение сосульки.

С крыши дома оторвалась сосулька и за t=0.2 с пролетела мимо окна, высота которого **h** = 1.5 м. С какой высоты $\mathbf{h_x}$, относительно верхнего края окна она оторвалась? Размерами сосульки пренебречь.

Решение:



1-2: $$y=\frac{gt^2}{2},\quad V=gt\ ,$$ **(2 балла)**

$$t=t_1,\quad V_1=gt_1,\quad h_x=\frac{gt_1^{\ 2}}{2}$$ **(1 балл)**

2-3: $$y=V_1t+\frac{gt^2}{2},\qquad V=V_1+gt$$ **(2 балла)**

$$t=t_2-t_1=\Delta t,\quad h=V_1\Delta t+\frac{g\Delta t^2}{2},\ \text{отсюда}\ V_1=\frac{1}{\Delta t}\left(h-\frac{g\Delta t^2}{2}\right)$$ **(2 балла)**

$$V_1=gt_1\Rightarrow t_1=\frac{V_1}{g}\Rightarrow h_x=\frac{V_1t_1}{2}=\frac{V_1^2}{2g}=\frac{1}{2g}\left(\frac{h}{\Delta t}+\frac{g\Delta t}{2}\right)^2.$$ **(2 балла)**

Окончательно получим $h_x=2.17\ м$ **(1 балл)**

Ответ: $h_x=2.17\ м$

Задача 2. Плавление пули.

Свинцовая пуля пробивает деревянную стенку, причем скорость в момент удара о стенку была $\boldsymbol{v}=400$ м/с, а в момент вылета $\boldsymbol{v_1}=100$ м/с. Какая часть пули расплавилась, считая, что на нагревание ее идет $\boldsymbol{\eta}$ = 60% потерянной механической энергии? Температура пули в момент удара $\boldsymbol{t_1}$ = 50°C. Теплоемкость свинца $\boldsymbol{c}$ = 125.7 Дж/(кг·К), температура плавления $\boldsymbol{t_п}$ = 327°C, удельная теплота плавления $\boldsymbol{\lambda}$ = 26.4·10^3 Дж/кг.

Решение.

Изменение кинетической энергии пули $\Delta E = \frac{m}{2}(v^2 - v_1^2)$, **(1 балл)**

тогда теплота, идущая на нагревание и плавления пули

$$Q = \eta \Delta E = \eta \frac{m}{2}(v^2 - v_1^2)$$ **(2 балл)**

Тепло идущее на нагревание и плавление пули равно

$$Q = Q_1 + Q_2 = mc(t_п - t_1) + \lambda m_1,$$ **(3 балла)**

где Q_1 – тепло, необходимое для нагрева пули до температуры плавления, Q_2 – тепло, необходимое для плавления части пули, m1 – масса расплавившейся части пули.

Тогда имеем $\eta \frac{m}{2}(v^2 - v_1^2) = mc(t_п - t_1) + \lambda m_1$, разделим это уравнение на m, тогда

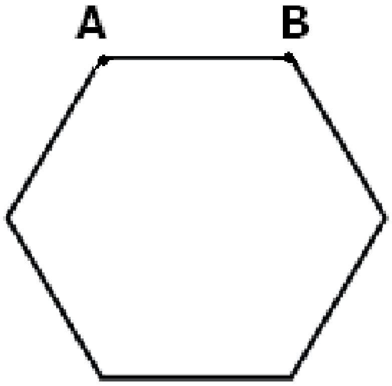
$$\frac{m_1}{m} = \frac{1}{\lambda}\left[\frac{\eta}{2}(v^2 - v_1^2) - c(t_п - t_1)\right]$$ **(3 балла)**

Окончательно, имеем $\frac{m_1}{m} = 0.366$ **(1 балл)**

Ответ: $\frac{m_1}{m} = 0.366$

Задача 3. Правильный многоугольник.

Источник постоянного напряжения первоначально присоединен к двум соседним вершинам проволочной рамки в форме правильного многоугольника. Затем источник присоединяют к вершинам, расположенным через одну. При этом ток уменьшается в $\boldsymbol{k}$ = 1.5 раза. Найти число сторон $\boldsymbol{n}$ многоугольника.



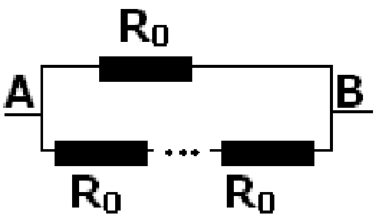
Решение:

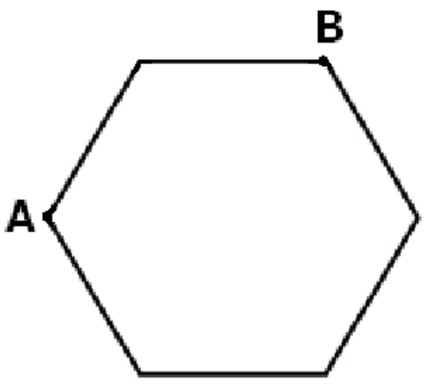
Пусть n количество сторон многоугольника, тогда

$$\frac{1}{R_1} = \frac{1}{R_0} + \frac{1}{(n-1)R_0},$$

где R_0- сопротивление одной стороны рамки

$$R_1 = R_0 \frac{n-1}{n}$$ **(3 балла)**





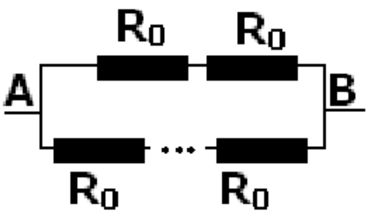
$$\frac{1}{R_2}=\frac{1}{R_0}+\frac{1}{(n-2)R_0}\Rightarrow R_2=R_0\left(\frac{2n-4}{n}\right)$$ **(3 балла)**

По закону Ома $I=\frac{U}{R}$ тогда:

$$k=\frac{I_1}{I_2}=\frac{R_0\,\frac{2n-4}{n}}{R_0\,\frac{n-1}{n}}=\frac{2(n-2)}{n-1}\Rightarrow kn-k=2n\Rightarrow$$

$$n(k-2)=k-4,$$

$$n=\frac{k-4}{k-2}=\frac{4-k}{2-k}$$ **(4 балла)**

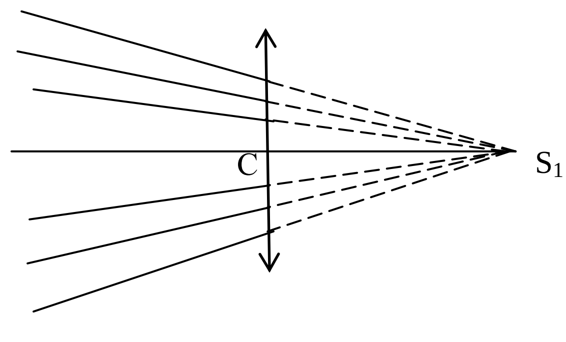


Окончательно, n = 5.

Ответ: n = 5.

Задача 4. Пучок света.

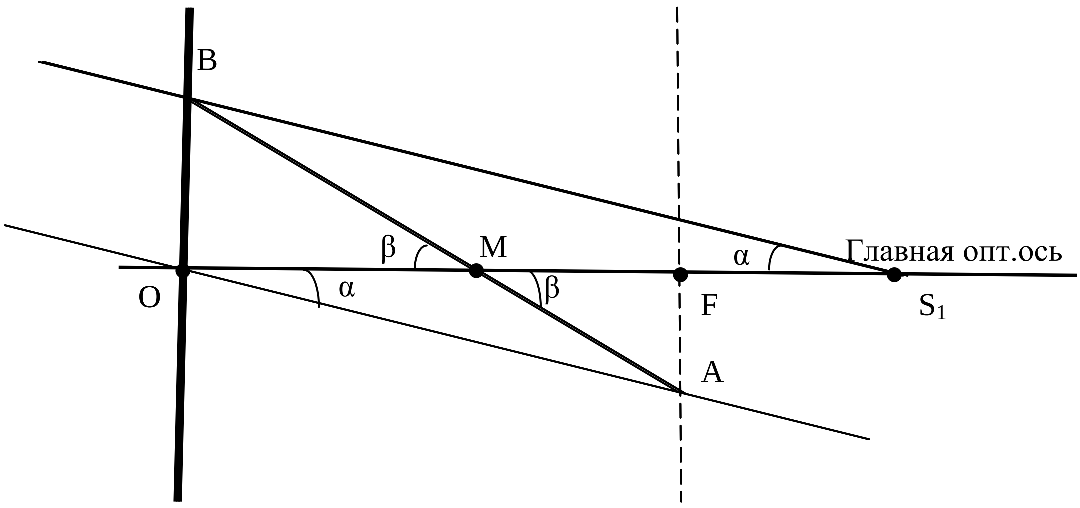
Сходящийся пучок света имеет вид конуса с вершиной в точке S_1. На пути пучка света помещается собирательная линза так, что ось конуса совпадает с главной оптической осью линзы. Расстояние от оптического центра C линзы до S_1 равно 30 см. В какой точке пересекутся лучи после преломления в линзе, если ее оптическая сила 4 дп?



Решение.

Так как оптическая сила 4 дп, то $D=\frac{1}{F}$, отсюда $F=\frac{1}{D}=0.25м=25см$.**(1 балл)**

Проведем через оптический центр линзы прямую AO, параллельную образующей конуса, прямой BS_1. Она пройдет через линзу не преломляясь и в точке A пересечет фокальную плоскость. Тогда луч, который лежит на образующей конуса, также пройдет через точку A и пересечет главную оптическую ось в точке M. Так как ось конуса совпадает с главной оптической осью линзы, то пучок света после преломления соберется в точке M. Найдем расстояние OM. **(5 баллов)**



Рассмотрим прямоугольные треугольники BOS_1 и AOF

$$tg\alpha = \frac{BO}{OS_1} = \frac{AF}{FO} \quad (1)$$ **(1 балл)**

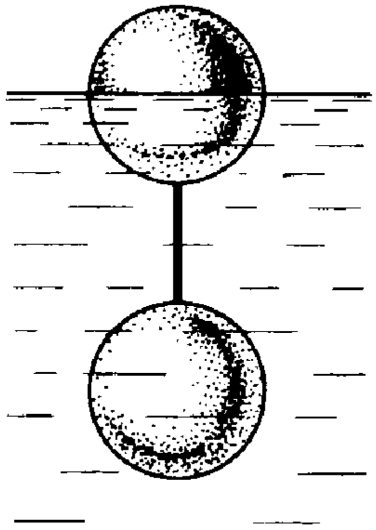
Рассмотрим прямоугольные треугольники BOM и AFM

$$tg\beta = \frac{BO}{OM} = \frac{AF}{MF} \quad (2)$$ **(1 балл)**

(1):(2): $\frac{OM}{OS_1} = \frac{MF}{FO}$, $MF = OF - OM$, отсюда $OM \cdot FO = (OF - OM)OS_1$,

окончательно получим $OM = \frac{OF \cdot OS_1}{OF + OS_1} = \frac{25 \cdot 30}{25 + 30} = 13.64\,см$ **(2 балла)**

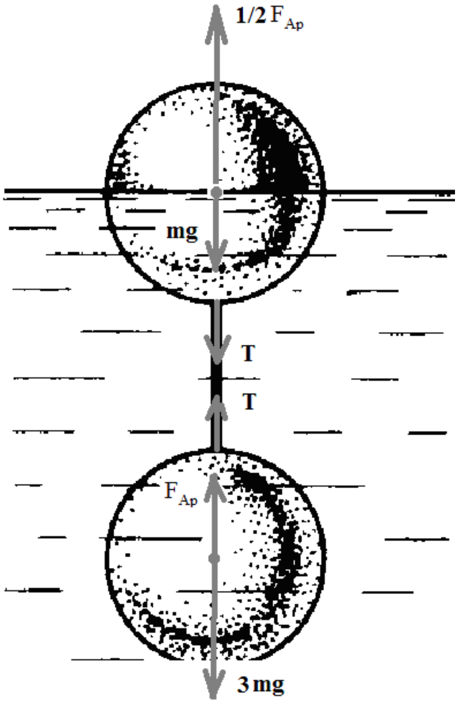
Ответ: $OM = 13.64\,см$.



Задача 5. Шарики в воде.

Определите силу натяжения нити, связывающей два шарика объема 10 см^2 каждый, если верхний шарик плавает, наполовину погрузившись в воду, нижний шарик в три раза тяжелее верхнего.

Решение.



На каждое тело действуют сила натяжения нити T, сила Архимеда F_{ap}, сила тяжести mg. Запишем условия равновесия для каждого тела:

верхнее тело: $\frac{1}{2}F_{ap} = mg + T$,

где $F_{ap} = \rho g V$, **(3 балла)**

нижнее тело: $T + F_{ap} = 3mg$ **(3 балла)**

$$\begin{cases} T = -mg + \dfrac{1}{2}F_{ap}, \\ T = 3mg - F_{ap}. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3T = -3mg + \dfrac{3}{2}F_{ap}, \\ T = 3mg - F_{ap}. \end{cases}$$

Складывая уравнения, получим $4T = \frac{1}{2}F_{ap}$

$$T = \frac{1}{8}F_{ap} = 0.125\rho g V$$ **(2 балла)**

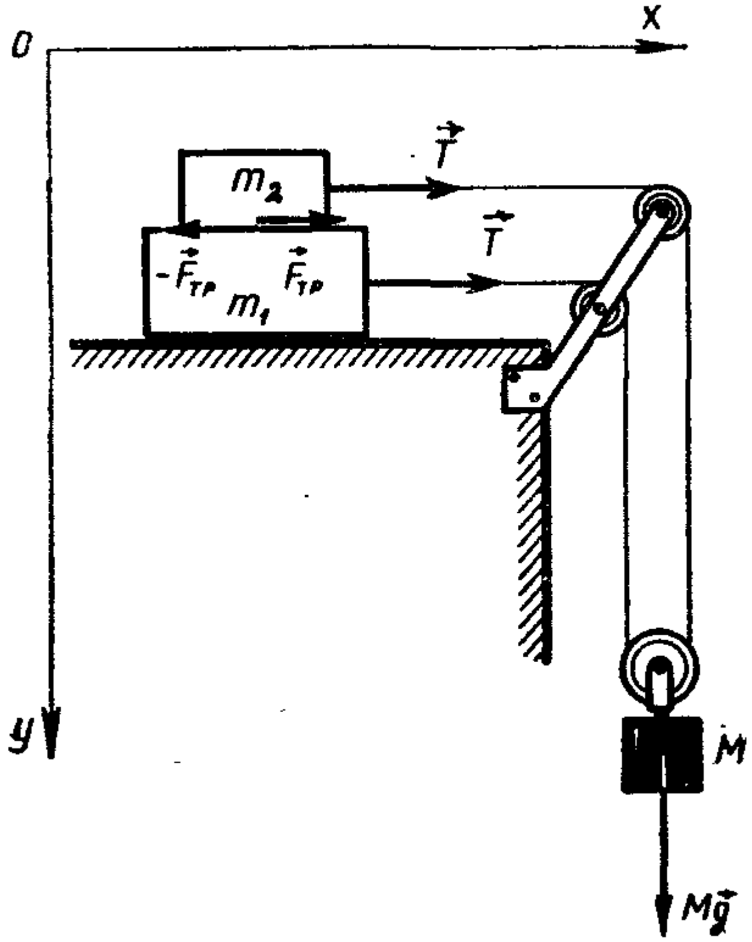
T= 1.23 Н. **(2 балла)**

Ответ: T= 1.23 Н.

Возможные решения задач
10 класс

Задача 1.

Запишем уравнения движения брусков в проекции на оси X и Y (груз, 1 и 2 бруски):



$$(m_1 + m_2)g - 2T = (m_1 + m_2)a,$$
$$T - F_{ТР} = m_1 a_1, \qquad (1)$$
$$T + F_{ТР} = m_2 a_{2.}$$

Эти уравнения справедливы как при проскальзывании брусков, так и в случае отсутствия скольжения. Направление силы трения $\overrightarrow{F_{ТР}}$ не предопределено, важно только, что в последних двух уравнениях знаки перед $F_{ТР}$ различны в соответствии с третьим законом Ньютона.

Если скольжение отсутствует, то $a_1 = a_2$ и $F_{ТР}$ – это сила трения покоя, которая может принимать значения от 0 до $\mu m_2 g$:

$$F_{ТР} \le \mu m_2 g\ . \qquad (2)$$

Очевидно, что скольжение начнется, как только F_{TP} станет равным $\mu m_2 g$. Полагая в системе полученных уравнений $a_1 = a_2 = a$, найдем F_{TP} в отсутствие скольжения. Сначала, сложив все уравнения, найдем ускорение:

$a = g/2$.

Затем из первого уравнения получим: $T = \frac{1}{4}(m_1 + m_2)g$.

И наконец, любое из оставшихся двух уравнений позволяет найти силу трения:

$$F_{TP} = (m_2 - m_1)\frac{g}{4}.$$

Подставляя это выражение в неравенство (2), получим:

$$\left|(m_2 - m_1)\frac{g}{4}\right| \le \mu m_2 g \text{ или } \left|(1 - \frac{m_1}{m_2})\right| \le 4\mu.$$

Критерии оценивания решения:

Сделан рисунок с указанием сил – 2 балла.

Записаны уравнения движения для груза и брусков – 2 балла.

Определено ускорение – 2 балла.

Определена сила трения – 2 балла.

Получено условие непроскальзывания брусков – 2 балла.

Задача 2. Вмороженный шарик

Сила натяжения нити станет равной нулю, когда часть льда растает и уменьшится выталкивающая сила. Из условия равновесия системы в исходном состоянии находим массу m шарика:

$$T + (M_0 + m)g - F_A = 0,$$

$$F_A = (V_1 + V_2)\rho g,$$

$$V_1 = \frac{M_0}{\rho_1}, V_2 = \frac{m}{\rho_2},$$

$$T + (M_0 + m)g - (\frac{M_0}{\rho_1} + \frac{m}{\rho_2})\rho g = 0,$$

$$mg(1 - \frac{\rho}{\rho_2}) = M_0 g(\frac{\rho}{\rho_1} - 1) - T,$$

$$m = \frac{M_0(\frac{\rho}{\rho_1} - 1) - \frac{T}{g}}{(1 - \frac{\rho}{\rho_2})} = 4{,}9 \text{ г}.$$

Сила натяжения нити $T = (\frac{M_0}{\rho_1} + \frac{m}{\rho_2})\rho g - (M_0 + m)g$ обратиться в ноль, если масса льда уменьшится до некоторого значения M_1, удовлетворяющего условию $(M_1 + m) = \rho(\frac{M_1}{\rho_1} + \frac{m}{\rho_2})$, откуда

$$M_1 = \frac{m(1 - \frac{\rho}{\rho_2})}{(\frac{\rho}{\rho_1} - 1)} = 0,0278 \text{ кг.}$$

Значит, для исчезновения силы натяжения должно быть расплавлено $\Delta M = M_0 - M_1 = 0,1 - 0,0278 = 0,072$ кг льда. Так как он уже находится при температуре плавления для этого необходимо $Q_1 = \Delta M \lambda = 0,238 \cdot 10^5$ Дж. Эта энергия будет получена за счет охлаждения воды. В итоге в системе установится тепловое равновесие при температуре t_2, определяемой из уравнения теплового баланса:

$$Cm_0(t_0 - t_2) = Q_1 + C(M_0 - M_1)(t_2 - 0^\circ C).$$

Отсюда находим $t_2 = \frac{Cm_0(t_0 - t_2) - Q_1}{C(m_0 + \Delta M)} = \approx 7,6^\circ C.$

Критерии оценивания решения:

Суммарный объем льда и воды в цилиндрическом сосуде вначале – 2 балла.

Суммарный объем льда и воды в цилиндрическом сосуде после установления термодинамического равновесия – 2 балла.

Определение массы растаявшего льда – 2 балла.

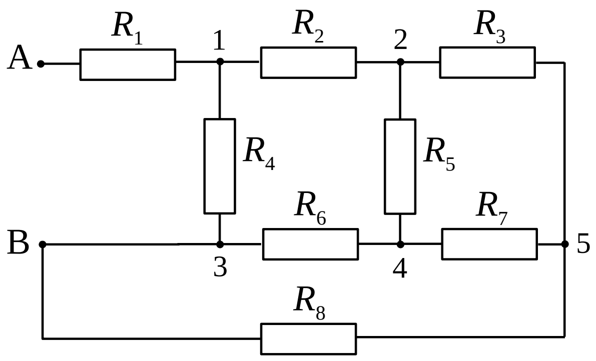
Уравнение теплового баланса – 2 балла.

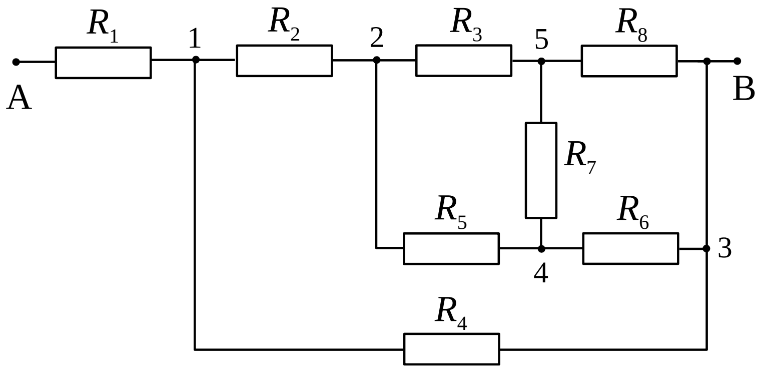
Определение начальной температуры воды – 2 балла.

Задача 3. Электрическая цепь

Найдем сопротивление электрической цепи между точками A и B (см. рис. слева). Для этого перерисуем схему цепи, как показано на рис. справа (цифрами на схеме обозначены соответствующие друг другу узлы).

Из симметрии участка схемы, содержащего резисторы R_3, R_5, R_6, R_7 и R_8 следует, что сила тока, текущего через резистор R_7, равна нулю. Поэтому при удалении этого резистора из цепи силы токов через остальные резисторы и общее сопротивление цепи не изменятся.





Сопротивление цепи после удаления этого резистора определяется из законов последовательного и параллельного сопротивления проводников; оно равно $R_{AB} = \dfrac{5}{3}R$.

Следовательно, $U = IR_{AB} = \dfrac{5}{3}IR = 5\,\text{В}$.

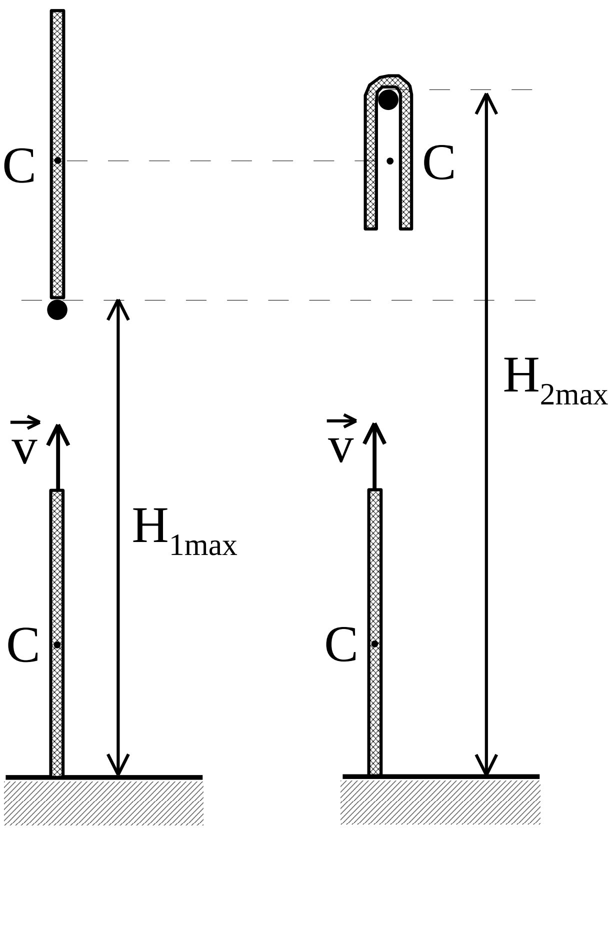
Критерии оценивания решения:

Показано, что резистор R_7 можно удалить из цепи – 5 баллов.

Найдено полное сопротивление цепи – 3 балла.

Определено напряжение – 2 балла.

Задача 4. Удав и рекорд высоты



В наивысшей точке подъема (если удав будет находиться в вертикальном вытянутом состоянии) центр масс Удава будет располагаться на высоте

$H_1 = \dfrac{L}{2} + \dfrac{V^2}{2g}$, где $L/2$ – высота центра тяжести Удава в момент отрыва от Земли. Соответственно, рекордная высота при этом $H_{1\max} = \dfrac{V^2}{2g}$.

Для того чтобы увеличить это рекорд, Удав на максимальной высоте должен сложиться пополам, огибая планку, чтобы его середина оказалась над планкой, а голова и хвост свешивались вниз. Координаты центра масс при этом остаются неизменными. В данном случае рекордная высота равна

$$H_{2\max} = \frac{3L}{4} + \frac{V^2}{2g}.$$

Критерии оценивания решения:

Определена максимальная высота в том случае, когда Удав остается в вертикально вытянутом положении – 2 балла.

Предложена идея огибания Удавом планки – 4 балла.

Неизменность координат центра масс – 2 балла.

Определена рекордная высота– 2 балла.

Задача 5. Мишень и пули

Первая пуля (летит с юга) сообщает шайбе скорость $u = \frac{m\upsilon}{M}$ (следуя закону сохранения импульса), которая через $t = 2\tau = 2$ с погасится третьей пулей, летящей с севера. Заметим, что поскольку $m << M$, то мы пренебрегли изменением массы шайбы при попадании в нее пуль.

При этом пуля успеет сместиться на север на расстояние

$$L_x = ut = \frac{m\upsilon}{M}t = 2\frac{m\upsilon}{M}\tau.$$

Аналогичная ситуация будет со второй и с четвертой пулями:

$$L_y = ut = \frac{m\upsilon}{M}t = 2\frac{m\upsilon}{M}\tau.$$

В конечном итоге шайба сместится на

$$L = \sqrt{2}tu = \sqrt{2}t\frac{m\upsilon}{M} =\approx 0{,}566 \text{ м}.$$

Пуля сместится к северо-востоку.

Критерии оценивания решения:

Использование закона сохранения импульса – 2 балла.

Вывод о погашении скорости (импульса), полученной первой пулей, третьей пулей (аналогично для второй и четвертой пуль) – 2 балла.

Определение L_x и L_y – 2 балла.

Определение величины смещения L – 2 балла.

Определение направления смещения – 2 балла.

XLVIII Всероссийская олимпиада школьников по физике. Региональный этап. Дистанционный тур

Возможные решения задач

11 класс

Задача 1. Движение шайбы.

Пусть m – масса шайбы.

1. Выберем ось OX по направлению движения шайбы. Начало оси – на границе шероховатой области. Тогда сила трения равна $\vec{F} = -\alpha mg\vec{x}$ **(1 балл)**
2. Из второго закона Ньютона следует $\vec{a}_x = -\alpha g\vec{x}$. **(1 балл)**
3. Это уравнение гармонического движения и, следовательно, все его кинематические характеристики (ускорение, скорость, координата) изменяются со временем по гармоническому закону с «частотой» $\tilde{\omega} = \sqrt{\alpha g}$. **(2 балла)**
4. Скорость - $v = v_0 cos\tilde{\omega}t$ **(2 балла)**
5. Тогда, время движения до остановки $\tau = \dfrac{\pi}{2\sqrt{\alpha g}}$. **(1 балл)**
6. Координата изменяется по закону $x = x_{max} sin\tilde{\omega}t = \dfrac{v_0}{\tilde{\omega}} sin\tilde{\omega}t$ **(2 балла)**
7. Откуда, $x_{max} = x(\tau) = \dfrac{v_0}{\tilde{\omega}} = \dfrac{v_0}{\sqrt{\alpha g}}$ **(1 балл)**

Или вместо пунктов 6 и 7 :

6a. Т.к., сила трения линейно изменяется с координатой, то ее работа:

$A_{тр} = -\dfrac{F_{тр}x}{2} = -\dfrac{\alpha mgx^2}{2}$. (Это можно вычислить либо графически, либо по среднему значению силы.) **(1 балл)**

7a. По теореме об изменении энергии: $\Delta\left(\dfrac{mv^2}{2}\right) = A_{тр}$ **(1 балл)**

8a. Из 6а и 7а получаем $x_{max} = \dfrac{v_0}{\sqrt{\alpha g}}$. **(1 балл)**

Наиболее часто встречающейся грубой ошибкой в работах было применение для движения шайбы законов равнопеременного движения.
Кроме того каким-то образом вычислялось среднее ускорение, что в этой задаче не имеет смысла, так как неизвестно время изменения скорости.
(К сведению среднее по половине или четверти периода гармонической функции равно 2/π.)

Задача 2. КПД цикла

1. Из уравнения Клапейрона следует, что давление в точке 2:

   $P_2=5\ P_1=5\ P_0$. **(1 балл)**
2. Количество теплоты, которое получает газ в процессе 1→2:

$$Q_1 = \Delta U + A = \frac{3}{2}\left(P_2V_2 - P_1V_1\right) + \frac{1}{2}\left(P_2 + P_1\right)\left(V_2 - V_1\right) = 27\,P_0V_0$$ **(3 балла)**

3. Количество теплоты, которое получает газ в процессе 2→3:

$$Q_2 = \Delta U + A = \frac{3}{2}\left(P_3V_3 - P_2V_2\right) + P_2\left(V_3 - V_2\right) = 50\,P_0V_0$$ **(2 балла)**

4. Количество теплоты, которое получает газ за цикл:

$Q = Q_1 + Q_2 = 77\,P_0\,V_0$ **(1 балл)**

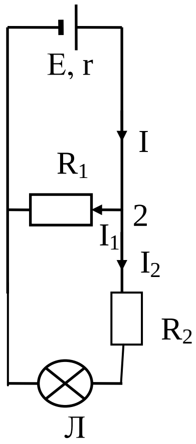
5. Работа газа за цикл равна площади цикла (параллелограмма):

$A = (P_2 - P_1)(V_3 - V_2) = 16\,P_0\,V_0$ **(2 балла)**

6. КПД цикла: $\eta = 16/77$. **(1 балл)**

Задача 3. Мощность лампочки

Мощность, выделяющаяся на лампочке равна произведению тока лампы на напряжение на ней при данных условиях. Т.е. надо найти взаимосвязь этих величин.



1. Напряжение на лампе $U_л = U_{1,2} - I_2R_2$; (1) **(1 балл)**
2. Напряжение между точками 1 и 2 $U_{1,2} = E - I\,r$ (2) **(2 балла)**
3. Ток, текущий через лампу $I_2 = I - I_1 = I - U_{1,2}/R_1$ (3) **(1 балл)**
4. Решая совместно (1), (2) и (3) находим

$$I_2\left(1 + \frac{R_2(r + R_1)}{rR_1}\right) = \frac{E}{r} + U_л\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{R_1}\right)$$ (4) **(3 балла)**

5. Или подставляя значения величин в (4) $I_2 = \frac{10 - U_л}{8}(A)$ **(1 балл)**
6. По этой формуле можно построить прямую $I_2 = I_2(U_Л)$, пересечение которой с вольт-амперной характеристикой лампы дает искомые значения тока лампы и напряжения. **(1 балл)**
7. Удобная подстановка для расчета $U_Л$ =2 В дает сразу I_2= 1.0А, что соответствует точке графика. И искомая мощность Р = 2 Вт. **(1 балл)**

Задача 4. Движение заряда.

1. Из определения силы Лоренца следует, что она действует только на составляющую скорости, перпендикулярную вектору индукции магнитного поля $F = qv_0B\sin\alpha = qv_{\perp}B$. **(1 балл)**
2. Параллельная $\vec{B}$ составляющая скорости $v_{\parallel} = v_0\cos\alpha$ не меняется **(1 балл)**
3. Значит, заряд участвует в двух движениях: а) по окружности со скоростью $v_{\perp}$; и в) равномерном прямолинейном со скоростью $v_{\parallel}$, т.е. описывает в пространстве винтовую линию. ***(Часто эту линию неправильно называют спиралью. Спирали – это определенного вида <u>плоские</u> линии.)*** **(2 балла)**
4. Период обращения по окружности T находится из второго закона Ньютона

$$F = qv_{\perp}B = \frac{mv_{\perp}^2}{R} = \frac{2\pi mv_{\perp}^2}{2\pi R} = \frac{2\pi mv_{\perp}}{T};\quad T = \frac{2\pi m}{qB}.$$ **(3 балла)**

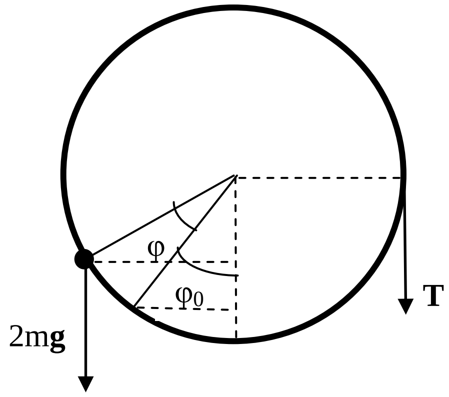
5. Заряд попадет в нужную точку на силовой линии, если он опишет n полных оборотов (т.е. отрезок L должен быть кратен шагу винтовой линии)

$L = nv_{\parallel}T = nv_0 T\cos\alpha$ **(2 балла)**

6. Тогда $B = \dfrac{2\pi m v_0 \cos\alpha}{qL}n$, где n-любое целое число **(1 балл)**

Задача 5. Колебания системы.

Решение №1



1. В положении равновесия момент силы тяжести грузика массы 2m уравновешивает момент силы натяжения нити T. Сила натяжения нити в покое равна силе тяжести груза массы m. $2mgR\sin\varphi_0 = TR = mgR.$

Откуда $\sin\varphi_0 = \dfrac{1}{2};\quad \varphi_0 = 30^0.$ **(1 балл)**

2. Выведем колесо из положения равновесия на максимально возможный, но малый угол φ_m, такой, что

$\sin\varphi \approx \varphi;\quad \cos\varphi = 1 - 2\sin^2\dfrac{\varphi}{2} \approx 1 - \dfrac{\varphi^2}{2}.$

3. Потенциальная энергия системы в этом положении равна:

$$E_{п\,max} = 2mgR(\cos\varphi_0 - \cos(\varphi_m + \varphi_0)) - mgh = 2mgR(\cos\varphi_0 - \cos\varphi_m\cos\varphi_0 + \sin\varphi_m\sin\varphi_0) -$$

$$- mgR\varphi_m = 2mgR\cos\varphi_0\frac{\varphi_m^2}{2}$$

За начало отсчета потенциальной энергии выбраны, как обычно, значения энергии в положении равновесия. **(3 балла)**

4. При колебаниях колеса угол отклонения φ меняется, например, по закону $\varphi(t) = \varphi_m\cos\omega t$; тогда угловая скорость $\Omega(t) = \dot{\varphi} = -\omega\varphi_m\sin\omega t$ **(1 балл)**

5. При прохождении системой положения равновесия кинетическая энергия максимальна и равна: $E_{к\,max} = \dfrac{M\Omega_m^2R^2}{2} + \dfrac{2m\Omega_m^2R^2}{2} + \dfrac{mv_m^2}{2}$ **(1 балл)**

6. Нить по условию нерастяжима и плотно намотана на обод, следовательно скорость груза m равна линейной скорости точек обода: $v_m = \Omega_m R$ **(2 балла)**

7. Значит максимальное значение кинетической энергии:

$E_{к\,max} = \dfrac{(M + 3m)\Omega_m^2R^2}{2} = \dfrac{(M + 3m)\varphi_m^2\omega^2R^2}{2}$ **(1 балл)**

8. Из закона сохранения энергии $E_{к\ max} = E_{п\ max}$ находим частоту колебаний

$\omega = \sqrt{\dfrac{2mg\cos\varphi_0}{(M + 3m)R}} = \sqrt{\dfrac{mg\sqrt{3}}{(M + 3m)R}}$ **(1 балл)**

Решение №2(повышенной сложности)

(Положительное направление – движение по часовой стрелке, как на рис.)

1. В положении равновесия момент силы тяжести грузика массы $2m$ уравновешивает момент силы натяжения нити T. Сила натяжения нити в покое равна силе тяжести груза массы m.: $2mgR\sin\varphi_0 = TR = mgR$. Откуда $\sin\varphi_0 = \frac{1}{2}; \varphi_0 = 30^0$. **(1 балл)**

2. Основной закон динамики вращательного движения: $I\ddot{\varphi} = \Sigma M_{сил}$ **(1 балл)**

3. Момент инерции системы $I = (M + 2m)R^2$ (***!! Груз m двигается поступательно и для его движения нет понятия «момент инерции».)*** **(1 балл)**

4. Уравнение движения колеса с грузом $2m$:

$(M + 2m)R^2\ddot{\varphi} = -2mgR\sin(\varphi + \varphi_0) + TR = -2mgR\cos\varphi_0\,\varphi - 2mgR\sin\varphi_0 + TR$. **(2балла)**

5. Уравнение движения груза m: $mg - T = ma$ **(1 балл)**

6. Нить по условию нерастяжима и плотно намотана на обод, следовательно скорость груза m равна линейной скорости точек обода: $v = \dot{\varphi}R$, и $a = \ddot{\varphi}R$ **(2 балл)**

7. Система уравнений п.п.3,4 и 5 с учетом п.1 приводит к уравнению колебаний системы: $\ddot{\varphi} + \frac{2mgR\cos\varphi_0}{(M + 3m)R}\varphi = 0; (\ddot{\varphi} + \omega^2\varphi = 0)$. **(1 балл)**

8. Откуда $\omega = \sqrt{\frac{2mg\cos\varphi_0}{(M + 3m)R}} = \sqrt{\frac{mg\sqrt{3}}{(M + 3m)R}}$ **(1 балл)**

(Наиболее характерная ошибка в таких решениях - пропускается уравнение поступательного движения груза m.)