Всероссийская олимпиада школьников по экономике

Региональный этап

19 января 2019 года

Первый тур. Тест.

Э-10-5

Конкурс *закрасьте кружочек*

○ 9 класс

● 10-11 класс

Образец заполнения:

1.	1) ○	2) ●		
6.	1) ○	2) ○	3) ●	4) ○
11.	1) ●	2) ○	3) ○	4) ●
16.	123			☐

Исправления не допускаются

Часть 1

1.	1) ●	2) ○
2.	1) ●	2) ○
3.	1) ○	2) ●
4.	1) ●	2) ○
5.	1) ●	2) ○

Часть 2

6.	1) ○	2) ○	3) ●	4) ○
7.	1) ○	2) ○	3) ○	4) ●
8.	1) ○	2) ○	3) ○	4) ●
9.	1) ●	2) ○	3) ○	4) ○
10.	1) ○	2) ○	3) ○	4) ●

Часть 3

11.	1) ●	2) ●	3) ●	4) ●
12.	1) ●	2) ○	3) ●	4) ○
13.	1) ○	2) ●	3) ○	4) ●
14.	1) ●	2) ○	3) ○	4) ○
15.	1) ●	2) ○	3) ○	4) ●

Часть 4

16.	1000	☐
17.	$\frac{10-t}{2}$	☐
18.	0	☐
19.	100	☐
20.	50	☐

Пометки в квадратиках ☐ делать запрещено

44

Всероссийская олимпиада
школьников по экономике

Региональный этап

19 января 2019 года

Второй тур. Задачи

Э-10-5

Количество задач	4
Сумма баллов	120
Время написания	140 минут
Конкурс *закрасьте кружочек*	○ 9 класс ● 10–11 класс

Используйте для записи решений только отведенное для каждой задачи место. В случае необходимости попросите дополнительный лист.

Не пишите на листах решений свое имя, фамилию или другие сведения, которые могут указывать на авторство работы.

Все поля таблицы заполняются жюри.

Задача	1	2	3	4	Сумма
Баллы	30	30	15	10	85

Задача 1

а) Пусть $\Pi(q)$ прибыль фирмы без доп. планов, тогда

$\Pi(q) = Pq - TC(q)$

По условию $q = 40 - 2P$, т.е. $P = 20 - \frac{q}{2}$, тогда

$\Pi(q) = \left(20 - \frac{q}{2}\right) \cdot q - 10q = -\frac{q^2}{2} + 10q$ – график этой функции – парабола с ветвями вниз и вершиной:

$q^* = -\frac{10}{-\frac{2}{2}} = 10$, тогда ~~[illegible]~~ при $q \in [0; 8]$ – функция прибыли ~~[illegible]~~ возрастает и максимум достигается при $q = 8$

$\Pi(8) = -32 + 80 = 48$ +

б) Пусть $\Pi_A(q)$ – прибыль фирмы, учитывая план A, тогда

$\Pi_A(q) = P \cdot q - TC_A(q) = \left(20 - \frac{q}{2}\right) \cdot q - 6q = -\frac{q^2}{2} + 14q$ – график этой функции опять же парабола с ветвями вниз и вершиной:

$q_A^* = -\frac{14}{-\frac{2}{2}} = 14$, тогда при $q \in [0; 8]$ – функция прибыли ~~[illegible]~~ возрастает и максимум достигается при $q = 8$

$\Pi_A(8) = -32 + 112 = 80$, тогда

$Y_A = \Pi_A(8) - \Pi(8) = 32$ +

в) Пусть $\Pi_B(q)$ – прибыль фирмы, учитывая план B, тогда

$\Pi_B(q) = \Pi(q) = -\frac{q^2}{2} + 10q$, но $q \in [0; 12]$

т.к. вершина параболы с ветвями вниз принадлежит этому отрезку, то максимум будет достигаться в ней при $q_B^* = 10$

$$\Pi_B(q\,10) = -\cancel{50} + 100 = 50$$

Тогда $Y_B = \Pi_B(10) - \Pi(8) = 2$ +

г) Пусть $\Pi_{AB}(q)$ - прибыль фирмы, учитывая планы A и B, тогда $\Pi_{AB}(q) = \Pi_A(q) = -\frac{q^2}{2} + 14q$, т.к. вершина параболы с ветвями вниз при $q_{AB}^* = 14$ не принадлежит отрезку с 0 до 12 и функция при $q \in [0; 12]$ возраста[ет], то максимум достигается при $q = 12$

$$\Pi_{AB}(12) = -72 + 168 = 96$$

$$Y_{AB} = \Pi_{AB}(12) - \Pi(8) = 48$$ +

Ответ: а) $\Pi(8) = 48$

б) $Y_A = 32$

в) $Y_B = 2$

г) $Y_{AB} = 48$

30 б

Задача 2

а) Пусть L_n – кол-во работников в 1-ый год, L_c – во 2-ой год

$\Pi_n(L_n)$ – прибыль в 1-ый год $\Pi_c(L_c)$ – во 2-ой год

Тогда $\Pi_n(L_n) = P\cdot Q_n - w\cdot L$

если $Q_n = 90 - P$, то $P = 90 - Q = 90 - \frac{L}{2}$

Тогда $\Pi_n(L_n) = \left(90 - \frac{L_n}{2}\right)\cdot\frac{L_n}{2} - \left(3+\frac{L_n}{4}\right)L_n =$

$= 45L_n - \frac{L_n^2}{4} - 3L_n - \frac{L_n^2}{4} = 42L_n - \frac{L_n^2}{2}$ – график этой функции – парабола с ветвями вниз и максимум достигается при $\boxed{L_n^* = -\frac{42}{-\frac{2}{2}} = 42}$

если $Q_c = \frac{90-P}{5}$, то $P = 90 - 5Q_c = 90 - \frac{5L_c}{2}$

Тогда $\Pi_c(L_c) = \left(90-\frac{5L_c}{2}\right)\cdot\frac{L_c}{2} - \left(3+\frac{L_c}{4}\right)L_c =$

$= 45L_c - \frac{5L_c^2}{4} - 3L_c - \frac{L_c^2}{4} = 42L_c - \frac{3}{2}L_c^2$ – график этой функции – парабола с ветвями вниз и максимум достигается при $\boxed{L_c^* = -\frac{42}{-\frac{3\cdot 2}{2}} = 14}$

б) Пусть L_1 – кол-во работников в 1-ый год, L_2 – во 2-ой год. Заметим, что для максимизации прибыли за 2 года с учётом поправки $L_1 = 2\cdot L_2$, т.к. очевидно, что $L_1 \le 42$, $L_2 \ge 14$, а тогда при невыполнении условия $L_1 = 2L_2$ – прибыль можно увеличить.

Пусть $\Pi(L)$ – прибыль компании за 2 года, где L – кол-во работников во 2-ой год

Тогда

$$\Pi(L_2) = P_n \cdot Q_n - w_n \cdot L_n + P_c \cdot Q_c - w_c \cdot L_c,$$ где

$Q_n = \frac{L_1}{2} = L_2$ $\qquad Q_c = \frac{L_2}{2}$

$P_n = 90 - Q_n = 90 - L_2$ $\qquad P_c = 90 - 5Q_c = 90 - \frac{5L_2}{2}$

$w_n = 3 + \frac{L_1}{4} = 3 + \frac{L_2}{2}$ $\qquad w_c = 3 + \frac{L_2}{4}$

$L_n = L_1 = 2L_2$ $\qquad L_c = L_2$

$$\Pi(L_2) = (90 - L_2) \cdot L_2 - \left(3 + \frac{L_2}{2}\right) \cdot 2L_2 + \left(90 - \frac{5L_2}{2}\right) \cdot \frac{L_2}{2} - \left(3 + \frac{L_2}{2}\right) \cdot L_2 =$$

$$= 90L_2 - L_2^2 - 6L_2 - L_2^2 + 45L_2 - 5\frac{L_2^2}{4} - 3L_2 - \frac{L_2^2}{4} = -\frac{7}{2}L_2^2 + 126L_2$$ –

график этой функции – парабола с ветвями вниз и максимум достигается в вершине при $\boxed{L_2^* = -\frac{126}{-\frac{7}{2} \cdot 2} = 18}$

Тогда $L_2 = 18$, $L_1 = 36$

в) т.к. $42 + 14 > 18 + 36$, то благосостояние не вырастет

Ответ: а) 42 и 14 соответственно

б) 36 и 18 соответственно

в) нет убавится

30 баллов

Задача 3

а) Пусть u_1, e_1, V_1 - численность ~~групп~~ безработных, занятых и выбывших из рабочей силы соответственно в какой-то год

а u_2, e_2, V_2 - численность этих же групп в следующий год, тогда

$$u_2 = u_1 + 0{,}05e_1 - 0{,}25u_1 - 0{,}2u_1 \quad (1)$$

$$e_2 = e_1 + 0{,}1V - 0{,}05e_1 + 0{,}25u_1 \quad (2)$$

$$V_2 = V_1 - 0{,}1V_1 + 0{,}2u_1 \quad (3)$$

т.к. $u_2 = u_1$, $e_2 = e_1$, $V_2 = V_1$ при долгосрочном равновесии, то

$(1) \Rightarrow 0{,}05e_1 = 0{,}45u_1$, т.е. $e_1 = 9u_1$

$(3) \Rightarrow 0{,}2u_1 = 0{,}1V_1$, т.е. $2u_1 = V_1$

тогда $u^* = \dfrac{u_1}{u_1+e_1} \cdot 100\% = 10\%$

Пусть a - доля экономически активного населения, тогда $a = \dfrac{u_1+e_1}{u_1+e_1+V_1} \cdot 100\% = \dfrac{500}{6}\%$

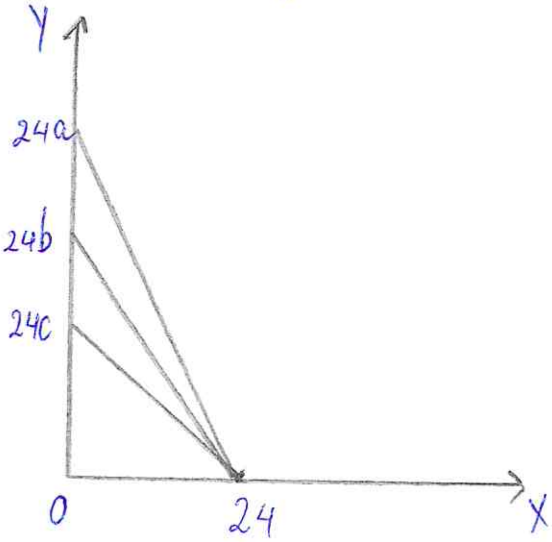
Ответ: $u^* = 10\%$

$a = \dfrac{500}{6}\% \approx 83\%$

15б

Задача 4

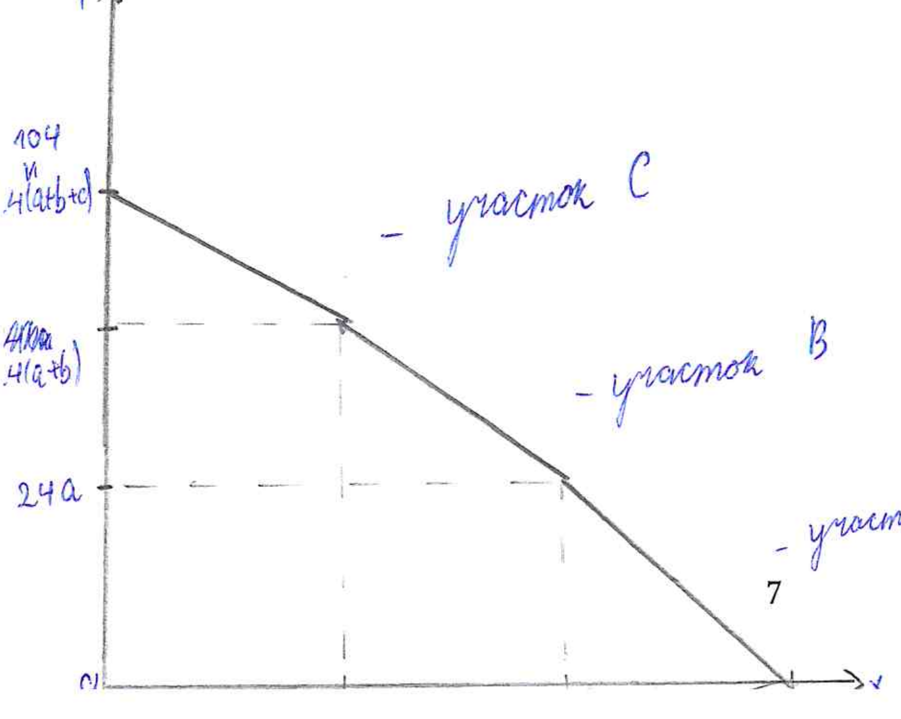
КПВ A, B, C:



~~Общая КПВ~~

Заметим, что если для каждого типа фруктов верно, что он производится в более чем 1 регионе, то выгодно в 2 регионах производить персики и в 2 регионах производить бананы, причём в регионе с минимальными альтернативными издержками, т.е. C, будут производиться персики, а в регионе с максимальными альтернативными издержками, т.е. A, будут производиться бананы, в оставшимся регионе B будут производиться и персики, и бананы

Общая КПВ:



Уравнение участка B можно вычислить, решив систему уравнений

$$\begin{cases} 24a = 48k + d \\ 24a + 24b = 24k + d \end{cases}$$

$24b = -24k$

$-b = k$

$d = 24a + 48k$

Тогда чтобы счесть максимальное кол-во

фруктов, необходимо чтобы выполнялось

$$-bx+24a+48b=x$$

$$x=\frac{24a+48b}{b+1}$$ Заметим, что $24\le x\le 48$

~~Заметим, что $a>1$ иначе невозможно было бы производить 104 тонны бананов, тогда~~

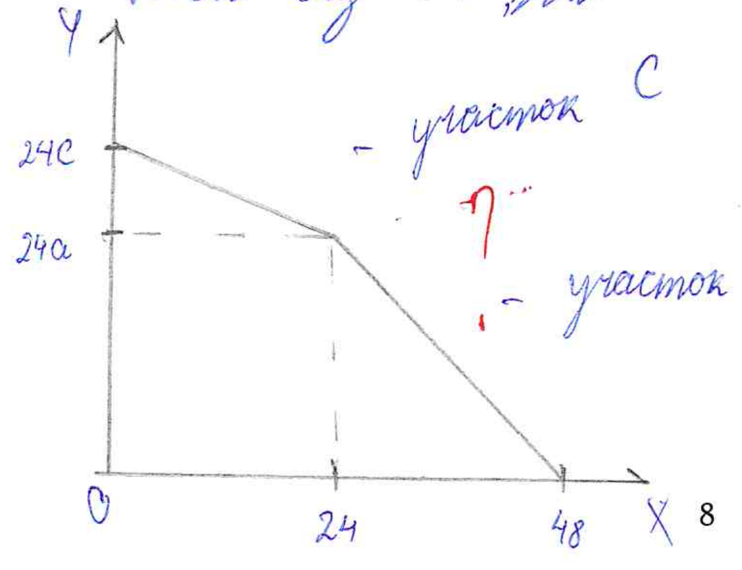
~~$x = 48 + 24$~~

Заметим, что либо $b=1$, либо $c=1$, $a\neq 1$ очевидно?, а у какого-то из регионов альтернативные издержки равны 1 (следствие из условия)

Заметим, что если $c=1$, то выгодно всем регионам произвести бананы и потом, возможно обменять часть на персики, съев таким образом по 52 тонны каждого фрукта +

Если же $b=1$, то максимум будет находиться на участке A

КПВ без B: что



Решив систему уравнений, получим

$$\begin{cases} 0=48k+d \\ 24a=24k+d \end{cases}$$

$-24k=24a$

$k=-a$

$d=48a$

$y=-ax+48a$

$x=-ax+48a$

$x=\frac{48a}{a+1}$

и всего будет съедено $x+12$, т.е. $\frac{60a+12}{\dots}$

$$f(a) = \frac{60a+12}{a+1} = 60 - \frac{48}{a+1} = -48\cdot(a+1)^{-1}$$

$$f'(a) = \frac{48}{(a+1)^2}$$ - везде положительна, т.е. ?

10б