Всероссийская олимпиада
школьников по экономике

Региональный этап

19 января 2019 года

Первый тур. Тест.

Э-10-6

Конкурс ○ 9 класс
закрасьте кружочек ● 10-11 класс

Образец заполнения:

1. 1) ○ 2) ●
6. 1) ○ 2) ○ 3) ● 4) ○
11. 1) ● 2) ○ 3) ○ 4) ●
16. 123 ☐

Исправления не допускаются

Часть 1

1. 1) ○ 2) ●
2. 1) ○ 2) ●
3. 1) ● 2) ○
4. 1) ● 2) ○
5. 1) ○ 2) ●

Часть 2

6. 1) ○ 2) ○ 3) ● 4) ○
7. 1) ○ 2) ○ 3) ○ 4) ●
8. 1) ○ 2) ○ 3) ○ 4) ●
9. 1) ○ 2) ○ 3) ● 4) ○
10. 1) ● 2) ○ 3) ○ 4) ○

Часть 3

11. 1) ● 2) ● 3) ● 4) ●
12. 1) ○ 2) ○ 3) ● 4) ○
13. 1) ○ 2) ● 3) ○ 4) ●
14. 1) ● 2) ● 3) ○ 4) ●
15. 1) ● 2) ○ 3) ○ 4) ●

Часть 4

16. 1200 ☐
17. 0,5 ☐
18. 0 ☐
19. 100 ☐
20. 50 ☐

Пометки в квадратиках ☐ делать запрещено

72

Всероссийская олимпиада
школьников по экономике

Региональный этап

19 января 2019 года

Второй тур. Задачи

Э-10-6

Количество задач	4
Сумма баллов	120
Время написания	140 минут
Конкурс *закрасьте кружочек*	○ 9 класс ● 10–11 класс

Используйте для записи решений только отведенное для каждой задачи место. В случае необходимости попросите дополнительный лист.

Не пишите на листах решений свое имя, фамилию или другие сведения, которые могут указывать на авторство работы.

Все поля таблицы заполняются жюри.

Задача	1	2	3	4	Сумма
Баллы	30	30	30	30	120

Задача 1

$q_d = 40 - 2P \Rightarrow P = 20 - 0{,}5q \Rightarrow TR = q(20-0{,}5q)$

под π далее подразумевается прибыль без учета y (т.е. $TR - TC$)

а) $\pi = ~~q~~ TR - TC = q(20-0{,}5q) - 10q = -0{,}5q^2 + 10q$

это парабола с ветвями вниз и абсциссой вершины 10.

Тогда на отрезке $[0;8]$ (она может пр-ть ≤ 8 ед.) ее максимум

$\pi max = \pi(8) = -0{,}5 \cdot 8^2 + 10 \cdot 8 = -32 + 80 = 48$ +

б) теперь $TC = (1-0{,}4) \cdot 10q = 6q$

$\pi = TR - TC = q(20-0{,}5q) - 6q = -0{,}5q^2 + 14q$

это парабола с ветвями вниз и абсциссой вершины 14.

На отрезке $[0;8]$ ее maximum

$\pi max = \pi(8) = -0{,}5 \cdot 8^2 + 14 \cdot 8 = -32 + 112 = 80$

Наибольшая прибыль поднялась с 48 до 80, соотв. фирма согласна на $y \le 80 - 48 = 32$ +

в) ф-я прибыли из п. (а)

$\pi = -0{,}5q^2 + 10q$

это парабола с ветвями вниз и вершиной $q = 10$.

однако max выпуск теперь $(1+0{,}5) \cdot 8 = 12$.

На отрезке $[0;12]$ max прибыль в вершине ($q = 10$):

$\pi = -0{,}5 \cdot 10^2 + 10^2 = 50$.

Соотв. фирма согласна на $y \le 50 - 48 = 2$. +

г) ф-я прибыли теперь как в п. (б)

$\pi = -0{,}5q^2 + 14q$,

и max выпуск 12 (как в п. (в)). ~~Вершина~~ Ф-я прибыли – парабола с ветвями вниз и вершиной $q = 14$. Тогда ее max на отрезке $[0;12]$ в точке $q = 12$:

$\pi = -0{,}5 \cdot 12^2 + 14 \cdot 12 = -72 + 168 = 96$

30б.

Соотв. фирма согласна на $y \le 96 - 48 = 48$. +

Ответ: а) 48
б) 32
в) 2
г) 48

Задача 2

а) Понятно, что нужно максимизировать прибыль отд. в кажд. периоде

Для подъема!

$Q = 90 - P$

$P = 90 - Q$

$\cancel{\Pi = TR - TC = PQ}$

$\Pi = PQ - wL = (90 - Q)Q - \left(3 + \frac{L}{4}\right)L =$

$= \left(90 - \frac{L}{2}\right) \cdot \frac{L}{2} - \left(3 + \frac{L}{4}\right)L =$

$= 45L - \frac{1}{4}L^2 - 3L - \frac{1}{4}L^2 = -0,5L^2 + 42L$

Это парабола ветвями вниз, ее максимум в вершине $(L = 42)$

$\cancel{\Pi = -0,5 \cdot 42^2 + 42^2 = 42 \cdot 21 = 882}$

Для спада:

$Q = \frac{1}{5}(90 - P)$

$5Q = 90 - P$

$P = 90 - 5Q$

$\Pi = Q(90 - 5Q) - \left(3 + \frac{L}{4}\right)L = \frac{L}{2}\left(90 - 5 \cdot \frac{L}{2}\right) - \left(3 + \frac{L}{4}\right)L =$

$= 45L - \frac{5}{4}L^2 - 3L - \frac{1}{4}L^2 = -1,5L^2 + 42L$

Это парабола с ветвями вниз, максимум в вершине $(L = 14)$.

б) Пусть L_1, L_2 работников нанять в 1, 2 периоде соотв. Из формул прибыли в п.(а) получаем:

$\Pi = -0,5L_1^2 + 42L_1 - 1,5L_2^2 + 42L_2$

Пусть $L_2 / L_1 = \alpha$ (кол-во требует $\alpha \geq 0,5$)

$\Pi = -0,5L_1^2 + 42L_1 - 1,5\alpha^2 L_1^2 + 42\alpha L_1 =$

$= (-0,5 - 1,5\alpha^2)L_1^2 + (42 + 42\alpha)L_1$

Т.к. $-0{,}5-1{,}5\alpha^2<0$, это парабола с ветвями вниз и max её в вершине:

$$L_1 = \frac{42+42\alpha}{3\alpha^2+1}.$$

$$\Pi = (42+42\alpha)\cdot\frac{42+42\alpha}{3\alpha^2+1} - \left(\frac{42+42\alpha}{3\alpha^2+1}\right)^2\cdot\frac{3\alpha^2+1}{2} =$$

$$= \frac{(42+42\alpha)^2}{2(3\alpha^2+1)} = \frac{42^2}{2}\cdot\frac{(\alpha+1)^2}{3\alpha^2+1}.$$

$f(\alpha) := \frac{\alpha^2+2\alpha+1}{3\alpha^2+1}$ (непрерывна т.к. знаменатель всюду $\neq 0$)

$$f'(\alpha) = \frac{(2\alpha+2)(3\alpha^2+1)-(\alpha^2+2\alpha+1)6\alpha}{(3\alpha^2+1)^2}$$

$f'(\alpha)=0 \Leftrightarrow 6\alpha^2+2\alpha+2-12\alpha^2-6\alpha=0. \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 6\alpha^2+4\alpha-2=0. \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 3\alpha^2+2\alpha-1=0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \alpha = \frac{-2\pm\sqrt{4+12}}{6} = \frac{-2\pm4}{6} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \alpha\in\{-1; \frac{1}{3}\}$

Т.о. на $(\frac{1}{3};+\infty)$ $f(\alpha)$ не имеет лок. экстремумов. Тогда на этом промежутке она убывает. Действительно,

$$f(\tfrac{1}{3}) = \frac{\frac{1}{9}+\frac{2}{3}+1}{\frac{1}{3}+1} = \frac{1+6+9}{3+9} = \frac{16}{12} = \frac{4}{3}$$

$$\cancel{f(\tfrac{2}{3}) = \frac{\frac{4}{9}+\frac{4}{3}+1}{\frac{4}{3}+1} = \frac{4+12+9}{12+9} = \frac{25}{21}}$$

$$\cancel{\frac{25}{21} < \frac{4}{3}}$$

$$f(1) = \frac{1+2+1}{3+1} = 1.$$

Т.о. $f(\frac{1}{3}) > f(1)$ и т.к. лок. экстремумов нет, $f(\alpha)$ убывает (на $(\frac{1}{3};+\infty)$).

Т.к. мы ищем Π_{max} ~~иск~~ при $\alpha \geqslant 0{,}5$.

~~то~~ ~~Π_{max}~~

б) $\Pi = \frac{42^2}{2} f(\alpha)$, Π max дост. при $\alpha = 0,5$.

$\Pi = \frac{42^2}{2} \cdot f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{42^2}{2} \cdot \frac{\frac{1}{4}+1+1}{\frac{3}{4}+1} = \frac{42^2}{2} \cdot \frac{9}{7} =$

$= \frac{36 \cdot 7 \cdot 9}{2} = 18 \cdot 7 \cdot 9 =$

$= 18 \cdot 63 =$

Т.е.

$L_1 = \frac{42+42\alpha}{3\alpha^2+1} = \frac{42+42 \cdot 0,5}{3 \cdot 0,5^2+1} = \frac{63 \cdot 4}{3+4} = 36$

$L_2 = \alpha L_1 = 0,5 \cdot 36 = 18$

в) Изн. сумма работающих в отраслях (из п.(а)):

$42+14 = 56$

После изм. зан-ве (из п.(б)):

$36+18 = 54$

Т.о. благосостояние ~~уменьшилось~~ снизилось. $(54<56)$

Ответ: а) в I – 42, во II – 14

б) в I – 36, во II – 18

в) нет.

30

Задача 3

Далее u, e, v обозн. доли безработных, занятых и выбывших во всем населении (в частности, $\bar{u}^*$ — естеств. доля безработных во всем населении соотв.)

а) Из условия если доли безр., зан. и выбывших ~~u, v~~ u_t, e_t, v_t, то на след год они соотв.:

$$u_{t+1} = (1-0{,}25-0{,}2)u_t + 0{,}05e_t = 0{,}55u_t + 0{,}05e_t$$

$$e_{t+1} = (1-0{,}05)e_t + 0{,}1v_t + 0{,}25u_t = 0{,}95e_t + 0{,}1v_t + 0{,}25u_t$$

$$v_{t+1} = (1-0{,}1)v_t + 0{,}2u_t = 0{,}9v_t + 0{,}2u_t$$

Тогда для ~~уровн~~ естеств. нормы $(\bar{u}^*, e^*, v^*)$:

$$\begin{cases} \bar{u}^* = 0{,}55\bar{u}^* + 0{,}05e^* \\ e^* = 0{,}95e^* + 0{,}1v^* + 0{,}25\bar{u}^* \\ v^* = 0{,}9v^* + 0{,}2\bar{u}^* \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0{,}45\bar{u}^* = 0{,}05e^* \\ 0{,}05e^* = 0{,}1v^* + 0{,}25\bar{u}^* \\ 0{,}1v^* = 0{,}2\bar{u}^* \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 9\bar{u}^* = e^* \\ e^* = 2v^* + 5\bar{u}^* \\ v^* = 2\bar{u}^* \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} e^* = 9\bar{u}^* \\ v^* = 2\bar{u}^* \\ 9u^* = 4\bar{u}^* + 5\bar{u}^* \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} e^* = 9\bar{u}^* \\ v^* = 2\bar{u}^* \end{cases}$$

т.к. $e^* + v^* + \bar{u}^* = 1$

$$9\bar{u}^* + 2\bar{u}^* + \bar{u}^* = 1$$

$$12\bar{u}^* = 1$$

то

$$\bar{u}^* = \frac{1}{12}$$

$$e^* = \frac{3}{4}$$

$$v^* = \frac{1}{6}$$

Уровень безработицы $\frac{1/12}{1/12 + 3/4} = \frac{1/12}{5/6} = \frac{1}{10} = 10\%$

Доля эк. акт. нас. $\bar{u}^* + e^* = \frac{1}{12} + \frac{3}{4} = \frac{5}{6}$

+

15

Ответ: $u^* = \frac{1}{12}$; эк. акт. $\frac{5}{6}$ +

~~без~~ ур. безработицы 10%.

б) ~~Из условия переходов:~~

Из условия переходов найдем:

10% из E в U

12,5% из U в E

5% из V в U

5% из V в E

20% из U в V

Т.о. переход от ~~e^*, v~~ $(\bar{u}^*, e^*, v^*)$ к (u_Z, e_Z, v_Z) (на конец ~~в начале~~ года Z) таков (значения $\bar{u}^*, e^*, v^*$ берём из п.(а)):

$$u_Z = (1-0{,}2-0{,}125)\bar{u}^* + 0{,}1e^* + 0{,}05v^* =$$

$$= \frac{27}{40}\cdot\frac{1}{12} + \frac{3}{40} + \frac{1}{20}\cdot\frac{1}{6} =$$

$$= \frac{9}{160} + \frac{3}{40} + \frac{1}{120} = \frac{27+36+4}{480} =$$

$$= \frac{67}{480}$$

$$e_Z = (1-0{,}1)e^* + 0{,}125\,\bar{u}^* + 0{,}05v^* =$$

$$= 0{,}9\cdot\frac{3}{4} + \frac{1}{8}\cdot\frac{1}{12} + \frac{1}{20}\cdot\frac{1}{6} =$$

$$= \frac{27}{40} + \cancel{\frac{1}{96}}\ \frac{1}{8\cdot 12} + \frac{1}{20\cdot 6} =$$

$$= \frac{27\cdot 12 + 5 + 4}{40\cdot 12} = \frac{9\cdot 12+3}{40\cdot 4} = \frac{111}{160}$$

$$v_Z = (1-0{,}05-0{,}05)v^* + 0{,}2\,\bar{u}^* =$$

$$= 0{,}9\cdot\frac{1}{6} + 0{,}2\cdot\frac{1}{12} = \frac{9}{60} + \frac{2}{120} = \frac{10}{60} = \frac{1}{6}$$

Новый ур. безработицы $\frac{67/480}{67/480 + 111/160} = \frac{67/480}{5/6} = \frac{67}{400} = \frac{1675}{10000} =$

$= 16{,}75\%$

Δ ур. безработицы $= 16{,}75\% - 10\% = 6{,}75\%$

тогда ~~прир.~~ ответ $2\cdot 6{,}75\% = 13{,}5\%$ (где 2 – коэф. Оукена

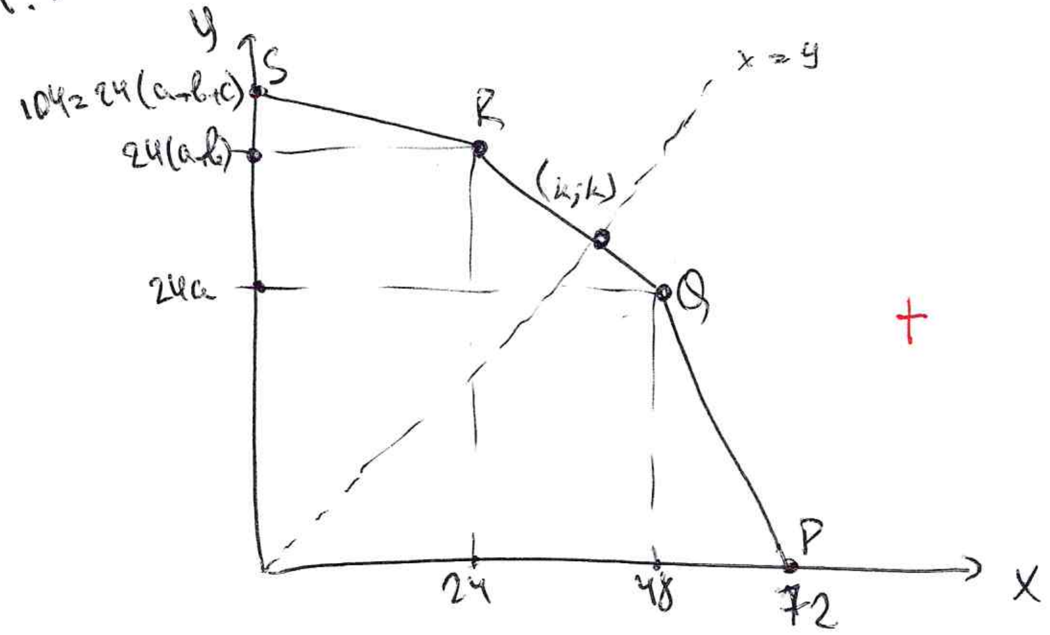
Ответ: $13{,}5\%$

+ 15

Задача 4

a, b, c — обозн-я из условия.

Т.к $a > b > c$, общая КПВ имеет вид:



Имеем:
$$a+b+c = \frac{104}{24} = \frac{13}{3}$$

~~Пусть~~ Т.к кажд. фермер пр-ет больше, если в 1 регионе, ~~точка (k;k)~~ ~~Соотнош~~ прямая $x=y$ выше тчк. Q и ниже тчк. R, т.е.

$$\begin{cases} 24a < 48 \\ 24(a+b) > 24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 2 \\ a+b > 1 \end{cases}$$

Пусть $(k;k)$ — иск. оптимум. Имеем ((k,k), R, Q коллинеарны):

$$\frac{k-24}{24-48} = \frac{k-24(a+b)}{24(a+b)-24a}$$

$$\frac{k-24}{24} = \frac{24(a+b)-k}{24b}$$

$$b(k-24) = 24(a+b)-k$$

$$k(b+1) = 24(a+2b)$$

$$k = \frac{24(a+2b)}{b+1}.$$

После открытия эк-ки в одном из стран будет.
Значит, что

$$\begin{cases} a=1 \\ b=1 \\ c=1 \end{cases} \quad +$$

Также понятно, что после открытия потребление по $\frac{1}{2}\cdot 24(\max(a,1)+\max(b,1)+\max(c,1))$ кажд. вещ.

Рассм. ~~При~~ ~~этих~~ случае:

1) $a=1$. Этот случай невозможен. Действительно, а тоже было бы $\frac{13}{3}=a+b+c<3a=3$.

2) $b=1$. (необходимо $1<a<2$, $a+c=\frac{13}{3}-1=\frac{10}{3}$)
Потребл-е $12(a+1+1)$

$$Z=12(a+2)-k=12a+24-\frac{24(a+2)}{1+1}=$$

$$=12a+24-12a-24=0.$$ Т.о. этот случай невозможен (по условию $Z>0$) +

3) $c=1$. (необходимо $a<2$, ~~$a+b=$~~ $a+b=\frac{13}{3}-1=\frac{10}{3}$)

Потребл-е $12(a+b+1)=12(\frac{10}{3}+1)=40+12=52$

$$Z=52-k=52-\frac{24(a+2b)}{b+1}=52-\frac{24(\frac{10}{3}+b)}{b+1}=$$

$$=52-\frac{80+24b}{b+1}$$

Имеет сл. огр-я:

$$\begin{cases} a<2 \\ a+b=\frac{10}{3} \\ b<a \\ b>c=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a<2 \\ a+b=\frac{10}{3} \\ b<a \\ b>c=1. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b>\frac{4}{3} \\ 1<b<\frac{5}{3} \end{cases} \Leftrightarrow b\in\left(\frac{4}{3};\frac{5}{3}\right)$$

$$f(b):=\frac{80+24b}{b+1}. \quad +$$

$$f'(b)=\frac{24(b+1)-(80+24b)}{(b+1)^2}$$

$$f'(b)=0 \Leftrightarrow 24(b+1)=80+24b \Leftrightarrow 24=80$$

т. о. $f(B)$ не имеет лок. экстремумов, кроме того, она непрерывна в $(-1;\infty)$

~~Тогда~~

Нас интересуют значения $f(B)$ при $B\in\left(\frac{4}{3};\frac{5}{3}\right)$

Имеем

$\cancel{f(1)=\frac{80+24}{2}=52}$ $f\left(\frac{4}{3}\right)=\frac{80+24\cdot\frac{4}{3}}{\frac{4}{3}+1}=\frac{240+96}{7}=\frac{336}{7}=48$

$f\left(\frac{5}{3}\right)=\frac{80+24\cdot\frac{5}{3}}{\frac{5}{3}+1}=\frac{240+120}{8}=\frac{360}{8}=\frac{180}{4}=45,$

Из всего вышесказанного понятно, что ~~[illegible]~~ на $\left(\frac{4}{3};\frac{5}{3}\right)$ $f(B)$ принимает значения ~~интервала~~ ~~(45;52)~~ $(45;48)$

Тогда $t=52-$ ~~B~~ $f(B)$ принимает значение из интервала ~~(0;11)~~ $(4;7)$

~~Ответ~~: ~~$z\in(0;7)$~~ $z\in(4;7)$ +