Э115-16

Всероссийская олимпиада школьников по экономике

Региональный этап

15 февраля 2020 года

Первый тур. Тест.

Конкурс ○ **9 класс**
закрасьте кружочек ● **10-11 класс**

Данные участника:
Фамилия Аксенов
Имя Антон
Населенный пункт г. Пермь
Школа МБОУ Гимназия №17

Образец заполнения:

1.	1) ○	2) ●		
6.	1) ○	2) ○	3) ●	4) ○
11.	1) ●	2) ○	3) ○	4) ●
16.	123 ☐			

Исправления не допускаются

Задание 1

1.1.	1) ○	2) ●
1.2.	1) ○	2) ●
1.3.	1) ○	2) ●
1.4.	1) ●	2) ○
1.5.	1) ○	2) ●

Задание 2

2.1.	1) ○	2) ○	3) ○	4) ●
2.2.	1) ○	2) ○	3) ●	4) ○
2.3.	1) ○	2) ○	3) ●	4) ○
2.4.	1) ○	2) ●	3) ○	4) ○
2.5.	1) ○	2) ○	3) ●	4) ○

Задание 3

3.1.	1) ○	2) ●	3) ●	4) ●
3.2.	1) ●	2) ○	3) ○	4) ○
3.3.	1) ●	2) ○	3) ○	4) ●
3.4.	1) ●	2) ○	3) ●	4) ●
3.5.	1) ●	2) ●	3) ●	4) ○

Задание 4

4.1. 360 ☐
4.2. 56 ☐
4.3. 0 ☐
4.4. 0,375 ☐
4.5. 20 ☐

Пометки в квадратиках ☐ делать запрещено

7115 – 10

Всероссийская олимпиада школьников по экономике

Региональный этап

15 февраля 2020 года

Второй тур. Задачи

Количество задач	4
Сумма баллов	120
Время написания	140 минут
Конкурс *закрасьте кружочек*	○ 9 класс ● 10–11 класс

Используйте для записи решений только отведенное для каждого задания место. В случае необходимости попросите дополнительный лист.

Не пишите на листах решений свое имя, фамилию или другие сведения, которые могут указывать на авторство работы.

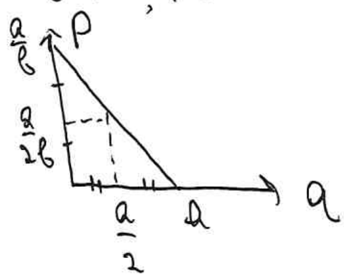
Все поля таблицы заполняются жюри.

Задание	5	6	7	8	Сумма
Баллы	20	23	30	10	~~70~~ 83
	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

Задание 5

а) Так как издержки производства равны нулю фирма максимизирует выручку.

Если спрос имеет вид $Q = a - bP$, то максимум выручки достигается при $q = \frac{a}{2}$, $P = \frac{a}{2b}$



Докажем этот факт:

$TR = PQ = (a - bP)P = -bP^2 + aP \to \max\limits_{P \geq 0}$

Т.к. $TR(P)$ - парабола ветвями вниз, значит её максимум достигается в вершине. $P^* = -\frac{a}{-2b} = \frac{a}{2b}$ $Q^* = a - b \cdot \frac{a}{2b} = \frac{a}{2}$

Тогда

Так как фирма может назначать разные цены на рынках, то она назначит такие цены, при которых выручка на каждом рынке максимальна. Тогда:

$P_A^* = \frac{30}{2} = 15$, $P_B^* = \frac{10}{2} = 5$

+10б

б) Составим уравнение общей выручки

$TR = (30 - P_A)P_A + (10 - P_B)P_B$, $P_A \leq P_B$

Пусть $P_B - P_A = t$, $t \geq 0$; $P_B = t + P_A$, $t \geq 0$

$TR = (30 - P_A)P_A + (10 - t - P_A)(t + P_A) = 30P_A - P_A^2 + 10t + 10P_A - t^2 - tP_A - P_A \cdot t - P_A^2 = -2P_A^2 + 40P_A - 2tP_A - t^2 + 10t \to \max\limits_{P_A \geq 0,\ t \geq 0}$

$= -2P_A^2 + 40P_A - t^2 + (10 - 2P_A)t$

Т.к. $TR(t)$ - парабола ветвями вниз, то её максимум достигается в вершине

$t^* = \begin{cases} \frac{10 - 2P_A}{2} = 5 - P_A, & P_A \leq 5 \\ 0, & P_A > 5 \end{cases}$

Подставим t^* в $TR(t, P_A)$

$\cancel{TR = -2P_A^2 + 20P_A - (5 + P_A)^2 + (10 + 2P_A)(5 + P_A) = -2P_A^2 + 20P_A = 25 - P_A}$

$\cancel{-10P_A + 2P_A^2 + 20P_A + 50 = -P_A^2 + 30P_A + 25 \to \max\limits_{P_A \geq 0}}$

~~т.к. TR(P_A) - парабола ветвями вниз, то её максимум достигается в вершине.~~

$\cancel{P_A^* = \frac{-30}{-2} = 15 \Rightarrow t^* = 20 \Rightarrow P_B^* =}$

$TR = -2P_A^2 + 40P_A - (5-P_A)^2 + (10-2P_A)(5-P_A) =$

$= -2P_A^2 + 40P_A - 25 - P_A^2 + 10P_A - 2P_A^2 - 20P_A + 50 =$

$= -5P_A^2 + 30P_A + 25, \quad P_A \le 5 \rightarrow \max\limits_{0 \le P_A \le 5}$

$TR(P_A)$ - парабола ветвями вниз, значит её максимум в вершине

$P_A^* = \frac{-30}{-10} = 3$

т.к. $0 < P_A^* \le 5$, то $TR(P_A^*)$ - максимум

$0 \le 3 \le 5$

$TR(3) = -45 + 90 + 25 = 70$

Рассмотрим $t = 0$ при $P_A > 5$

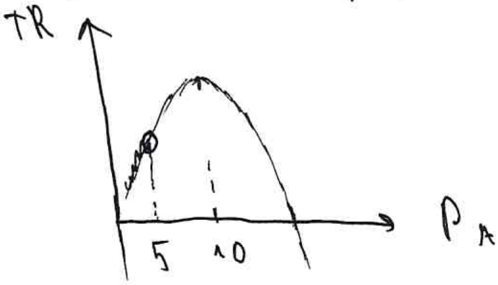
$TR = -2P_A^2 + 40P_A \rightarrow \max\limits_{P_A > 5}$

~~т.к.~~

Найдем вершину параболы $TR(P_A)$

$P_{A в} = \frac{-40}{-4} = 10$

Тогда построим график TR



Из графика видно, что максимум достигается при $P_A = 10$

$TR(10) = -200 + 400 = 200$

т.к. $TR(10) > TR(3)$, то $P_A^* = 10$ +0б   Сравни сп.а?

$t^* = 0$

$P_B^* = 10$

~~Тогда изменение~~

Тогда цена в стране А уменьшится на 5 ед.

Ответ: а) $P_A^* = 15$, $P_B^* = 5$ б) да, удастся, так как $P_A^{*\prime} = 10$

Задание 6

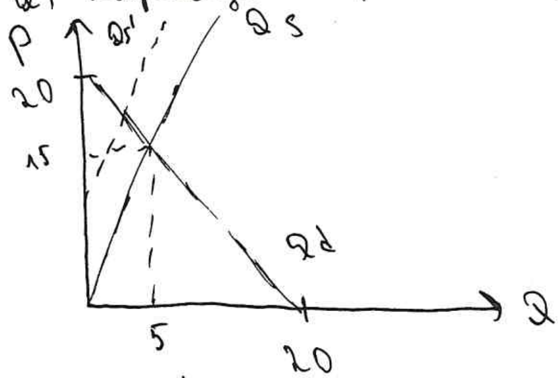
$Q_d = 20 - P \qquad P_d = 20 - Q$

$Q_s = \frac{P}{3}$

Пусть K – величина вреда от выбросов

$K = aQ^2, \; a > 0$

а) Нарисуем график Q_d и Q_s



Найдём равновесие

$\frac{P}{3} = 20 - P$

$\frac{4}{3} P = 20$

$P^* = \frac{20 \cdot 3}{4} = 15$ +3б

$Q^* = \frac{15}{3} = 5$

Пусть Q_s' – новое предложение после ввода налога

$Q_s' = \frac{P - t}{3}$

$3Q + t = P_s'$

Найдём новое равновесие

$3Q + t = 20 - Q$

$4Q = 20 - t$

$Q'^* = 5 - \frac{t}{4} \qquad P'^* = 20 - (5 - \frac{t}{4}) = 15 + \frac{t}{4}$

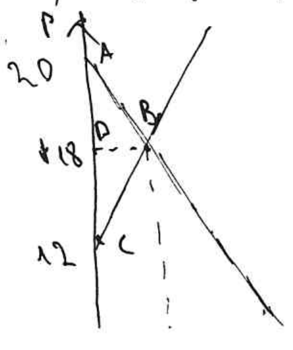
Т.к. $P'^* = 1{,}2\, P^* = \frac{6}{5} \cdot 15 = 18 \qquad Q^* = 2$ + 2б

Тогда $15 + \frac{t}{4} = 18$ + 4б

$\frac{t}{4} = 3$

$t = 12$ + 1б $\Rightarrow Q_s' = \frac{P - 12}{3} = \frac{P}{3} - 4$

б) Нарисуем график Q_s' и Q_d



$S_{\triangle ABD} = CS = \frac{Q^* \cdot (20 - P^*)}{2}$

$S_{\triangle BCD} = PS = \frac{Q^*(P^* - t)}{2}$? —

Тогда рассчитаем CS и PS для случая до введения налога и для случая после

$CS = \frac{5\cdot 5}{2} = \frac{25}{2}$? + $CS' = \frac{2\cdot 2}{2} = 2$ + ? $T = 12\cdot 2 = 24$? +

$PS = \frac{5\cdot 15}{2} = \frac{75}{2}$ + $PS' = \frac{2\cdot(18-12)}{2} = 6$ +

$k = a\cdot Q^2 = 25a$ $k' = a\cdot Q^2 = 4a$

Тогда $\frac{4}{5}(CS + PS - k) = (CS' + PS' - k' + T)$ 4б 4б

$\frac{4}{5}\left(\frac{25}{2} + \frac{75}{2} - 25a\right) = 2 + 6 - 4a + 24$ + 1б

$\underline{50 + 150} - 100a = 10 + 30 - 20a + 120$ +

~~$80a = 40 - 200$~~

~~$80a = -40$~~

$40 = 8a$

$a = 5$

$200 - 160 = 100a - 20a$

$40 = 80a$

$a = \frac{1}{2}.$

—

в) Пусть S - общественное благосостояние

$S = (CS + PS + T - k) = \frac{Q(20-P)}{2} + \frac{Q(P-t)}{2} + tQ - aQ^2 =$

$Q = 20 - P$ $P = 20 - Q$

$= \frac{Q^2}{2} + \frac{Q(20 - Q - t)}{2} + tQ - 5Q^2 =$

$= \frac{Q^2 + 20Q - Q^2 - tQ + 2tQ - 10Q^2}{2} =$

$= \frac{-10Q^2 + 20Q + tQ}{2} = -5Q^2 + 10Q + \frac{tQ}{2} = -5Q^2 + (10 + \frac{t}{2})Q \to \max_{q\ge 0}$

Т.к. $S(q)$ - парабола ветвями вниз, то её максимум в вершине.

$q^* = \frac{10 + \frac{t}{2}}{10} = 1 + \frac{t}{20}$

Подставим q^* в $S(q)$

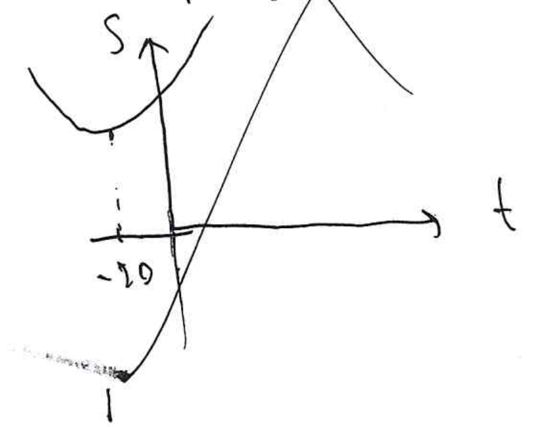
$S = -5\left(1 + \frac{t}{20}\right)^2 + \left(10 + \frac{t}{2}\right)\left(1 + \frac{t}{20}\right) = -5\left(1 + \frac{t^2}{400} + \frac{t}{10}\right) + \frac{t^2}{40} + t + 10 =$

$= -5 - \frac{t^2}{80} - \frac{t}{2} + \frac{t^2}{40} + t + 10 = \frac{t^2}{80} + \frac{t}{2} + 5$

$S(t)$ - парабола ветвями вверх, найдём её вершину

$$t = -\frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{40}} = -\frac{1}{2}\cdot 40 = -20$$

Нарисуем график $S(t)$



8) Пусть S - общественное благосостояние

$$S = CS + PS + T - K = 0{,}5Q^2 + 1{,}5Q^2 + tQ - 5Q^2 = -3Q^2 + tQ$$

$$Q_s = \frac{P-t}{3}$$

$$Qd = 20 - P$$

Найдём равновесие

$$\frac{P-t}{3} = 20 - P \quad +4\,б$$

$$P - t = 60 - 3P$$

$$4P = 60 - t$$

$$P^* = 15 - \frac{t}{4}$$

$$Q^* = 20 - 15 + \frac{t}{4} = 5 + \frac{t}{4}$$ —, подставим Q^* в $S(q,t)$

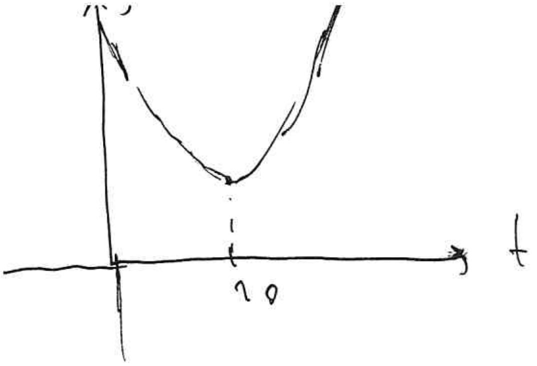
$$S = -3\left(5 + \frac{t}{4}\right)^2 + t\left(5 + \frac{t}{4}\right) = -3\left(25 + \frac{t^2}{16} + \frac{5t}{2}\right) + 5t + \frac{t^2}{4} =$$

$$= -75 - \frac{3t^2}{16} - \frac{15t}{2} + 5t + \frac{t^2}{4} = \frac{t^2}{16} - \frac{5t}{2} - 75$$

Найдём вершину параболы $S(t)$

$$t = \frac{\frac{5}{2}}{\frac{1}{8}} = \frac{5}{2}\cdot 8 = 20 \quad —$$

Начертим график $S(t)$ —



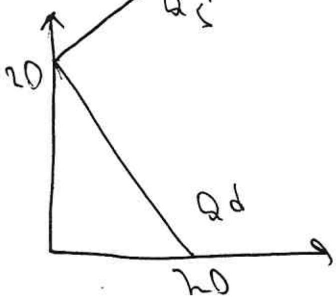
На чертеже видно, что максимум достигается или при $t=0$, или при максимально возможном t

При максимально возможном t ($S=0$, $PS=0$, $T=0$, $k=0$, т.к. нет пересечения Q_s и Q_d, тогда $S=0$

При $t=0$ $S=-75$

Т.к. $S(0)<0$, тогда t будет максимально возможным

Тогда $t=20$



Ответ: а) $t=12$ б) $a=5$ в) $t=20$

Задание 7

$C_t = 10 + 0{,}6 Y_d = 10 + 0{,}6 (Y_t - T)$

$I_t = 30 + 0{,}15 \Delta Y_t$

$G = 60 \quad T = 0 \Rightarrow C_t = 10 + 0{,}6 Y_t$

а) $Y_t = C + I + G = 10 + 0{,}6 Y_t + 30 + 0{,}15 \Delta Y_t + 60$

$Y_t = 100 + 0{,}6 Y_t + 0{,}15 \Delta Y_t$

$\frac{2}{5} Y_t = 100 + 0{,}15 \Delta Y_t$

$\cancel{Y_t = \frac{200 + 0{,}3 \Delta Y_t}{2} = 100 + 0}$

$Y_t = \frac{500 + 0{,}75 \Delta Y_t}{2}$

В долгосрочном равновесии $\Delta Y_t = 0$

$Y^* = \frac{500}{2} = 250$

8

б) $Y_t = 10 + 0{,}6 Y_t + 30 + 0{,}15 \Delta Y_t + G$

В долгосрочном равновесии $\Delta Y_t = 0$

$Y^{**} = 40 + G + 0{,}6 Y^{**}$

$\frac{2}{5} Y^{**} = 40 + G$

$Y^{**} = 100 + \frac{5}{2} G$

Тогда $\Delta Y^{**} = \frac{5}{2} \Delta G$

$\Delta Y^{**} = \frac{5}{2} \cdot 6$

$\Delta Y^{**} = 15$

Тогда $Y^{**} = Y^* + \Delta Y^{**} = 250 + 15 = 265$

8

в) $Y_{t} = 40 + G + 0,6Y_t + 0,15\Delta Y_t$

$0,4Y_t = 40 + G + 0,15(Y_t - Y_{t-1})$

$Y_t = 100 + \frac{5}{2}G + \frac{3}{8}(Y_t - Y_{t-1})$

$Y_t = 100 + \frac{5}{2}G + \frac{3}{8}Y_t - \frac{3}{8}Y_{t-1}$

$\frac{5}{8}Y_t = 100 + \frac{5}{2}G - \frac{3}{8}Y_{t-1}$

$Y_t = \frac{800}{5} + \frac{5}{2}\cdot\frac{8}{5}G - \frac{3}{8}\cdot\frac{8}{5}Y_{t-1}$

$Y_t = 160 + 4G - \frac{3}{5}Y_{t-1}$

$Y_{2020} = 160 + 4\cdot 66 - \frac{3}{5}\cdot 250 = 160 + 264 - 150 =$

$= 274$

Ответ: а) $Y^* = 250$ б) $Y^{**} = 265$ в) $Y_{2020} = 274$

14

Задание 8

Введем КПВ страны A и B. Пусть k – кол-во потребляемых салатов одним человеком

$6000 = X_A + Y_A$

$1000 = \frac{X_B}{0{,}8} + \frac{Y_B}{k}$, $0 \le k \le 6$

$1000 = 1{,}2X_B + \frac{Y_B}{k}$, $0 \le k \le 6$

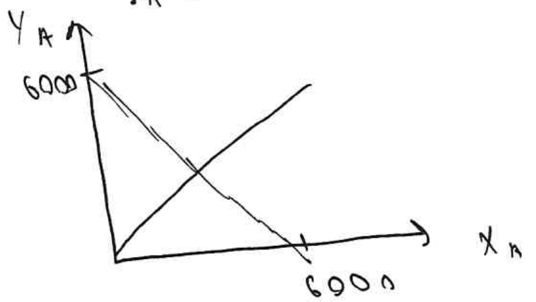
$1000 = \frac{X_B}{0{,}8} + \frac{Y_B}{k}$, $0 \le k \le 6$

Пусть AC_x – альтернативная стоимость помидоров

AC_y – альтернативная стоимость огурцов

а) Нарисуем КПВ страны A

$Y_A = 6000 - X_A$



Т.к. салат состоит из 1 помидора и 1 огурца, то КПВ будет соответствовать точка пересечения прямой $Y_A = X_A$ и КПВ оптимальному производству

$6000 - X_A = X_A$

$2X_A = 6000$

$X_A = 3000$

$Y_A = 3000$

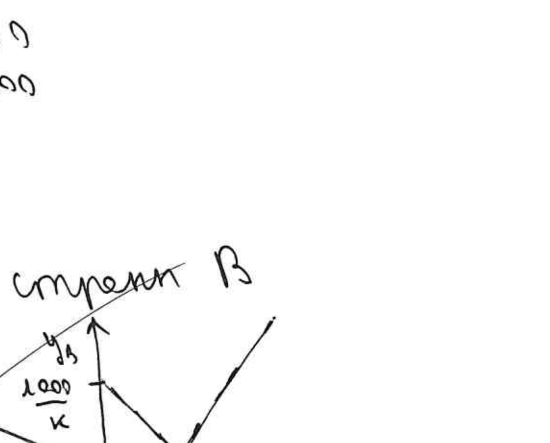
$6000S_A = 3000$

$S_A = \frac{1}{2}$

б) ~~Нарисуем~~ КПВ страны B

$Y_B = 1000 - \frac{6}{5}X_B$

$\frac{}{k}$



... салат состоит из 1 помидора и 1 огурца, то точка пересечения прямой $y_B = x_B$ с границей КПВ будет соответствовать оптимальному производству

$$\frac{1000 - \frac{6}{5}x_B}{k} = x_B$$

$$1000 - \frac{6}{5}x_B = kx_B$$

$$5000 - 6x_B = 5kx_B$$

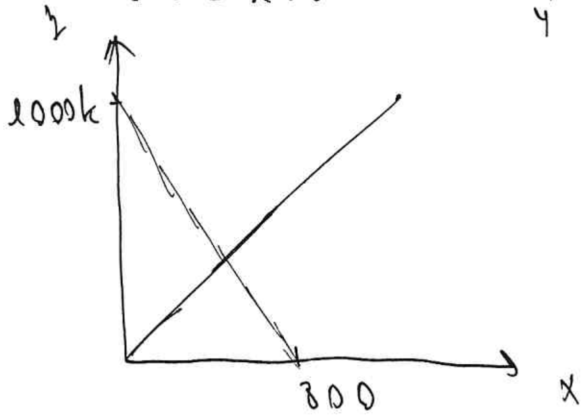
$$x_B(5k+6) = 5000$$

$$x_B = \frac{5000}{5k+6}$$

б) Нарисуем КПВ страны В

$$x_B = \left(1000 - \frac{y_B}{0,8}\right)k$$

$$y_B = 1000k - \frac{5}{4}kx_B$$



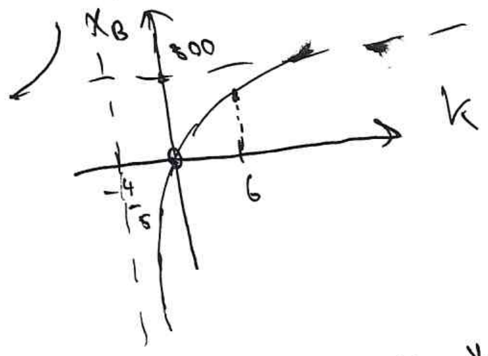
Т.к. салат состоит из 1 помидора и 1 огурца, то точка пересечения прямой $y_B = x_B$ с границей КПВ будет соответствовать оптимальному производству

$$1000k - \frac{5}{4}kx_B = x_B$$ +3б

$$1000k = x_B\left(1 + \frac{5}{4}k\right)$$

$$x_B = \frac{1000k}{1+\frac{5}{4}k} = \frac{4000k}{4+5k} \to \max_{0 \le k \le 6}$$

Начертим $x_B(k)$



$k \neq 6?$

Тогда максимум x_B будет достигаться при $k = 6$

$$x_B^* = \frac{4000 \cdot 6}{4+30} = \frac{4000 \cdot 6^3}{34_{17}} = \frac{12000}{17} = 705\frac{15}{17}$$

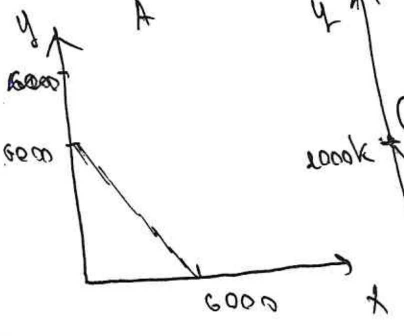
$$y_B^* = \frac{12000}{17} = 705\frac{15}{17}$$

т.к. ~~[illegible]~~ кол-во персиков слота должно быть целым, то

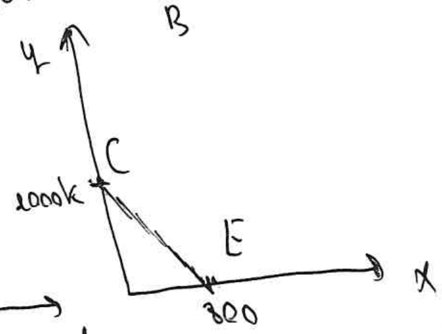
$1000 S_B = 705$

$S_B = \frac{705}{1000} = 0{,}705$ $+1б$

в) ~~[illegible]~~ Начертим КПВ обеих стран

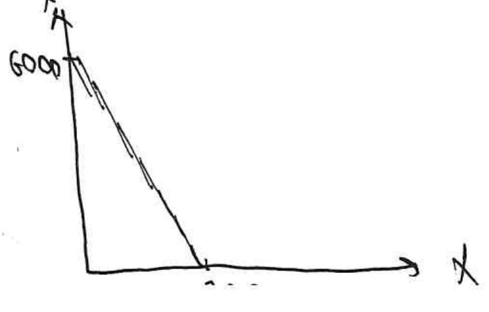


$y = 6000 - x$



$y = 1000k - \frac{5}{4}kx$

Точка C на графике страны B становится выше при увеличении k, а точка E не зависит от k, тогда при $k = 6$ страна B будет иметь максимально большую площадь под КПВ. Тогда для получения максимального значения персиков двух стран $k = 6$

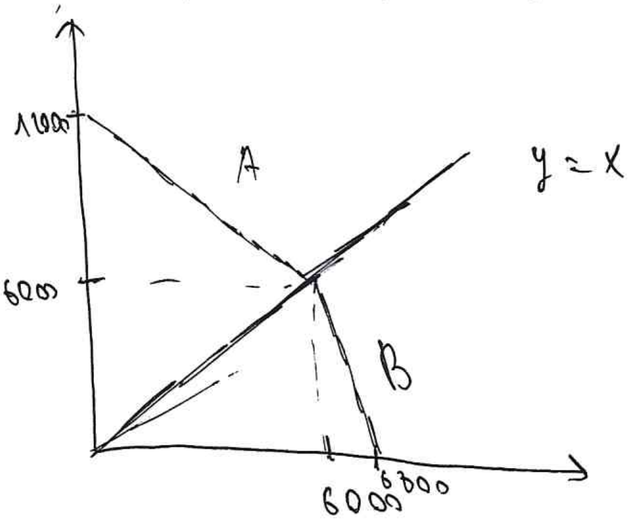


Нарисуем КПВ в стране B при $k = 6$

$AC_{xB} = \frac{5}{4} \cdot 6 = = \frac{15}{2}$

$AC_{xA} = \frac{1}{8}$

Так как должен выполняться закон возрастающих альтернативных издержек, то при увеличении x $AC_x \uparrow$, тогда сначала x будет производить страна A, а потом страна B



При каком k?

При других k?

3/5

Проведём линию лидера y = x

Тогда $y^* = x^* = 6000$

$7000S = 6000$

$S = \frac{6}{7}$

Порций салата будет произведено 6000

Ответ: а) $S_A = \frac{1}{2}$ б) $S_B = 0{,}705$ в) $S = \frac{6}{7}$, 6000 порций салата

+3б