Всероссийская олимпиада школьников по математике
2018/2019 учебный год.
Региональный этап.

1	2	3	4	5	∑
+	+	+	+	$\bar{}$ НА	
7	7	7	7	0	28

11 класс

Шифр 1-11-27

№11.1

Первое утв. людей: все они говорят, что их число больше чем число ≥1, Для рыцарей это правда, значит их числа больше, чем числа больше-равные 1, то есть больше, чем 1.

Аналогично из второго утверждения для рыцарей верно, что их числа <10. , то есть числа рыцарей $\in (1; 10)$, а т.ак. как числа целые, то числа $\in [2; 9]$, отсюда, люди, сказавшие, что их числа больше 9 и больше 10 ~~не правы, то есть они~~ не могут быть рыцарями (это утв. должно быть правдой), то есть как минимум 2 человека не могут быть рыцарями, то есть рыцарей не больше $10-2=8$ человек.

Для 8 рыцарей возможно:

число	2	3	4	5	6	7	8	9	5	5
человек	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
вопрос 1	>1	>2	>3	>4	>5	>6	>7	>8	>9	>10
вопрос 2	<3	<4	<5	<6	<7	<8	<9	<10	<1	<2
Л/Р (лжец, рыцарь)	Р	Р	Р	Р	Р	Р	Р	Р	Л	Л

Ответ: 8.

№11.2

$$x^2+ax+b=0$$
$$D=a^2-4b\ge 0$$
$$x=\frac{-a\pm\sqrt{a^2-4b}}{2}$$

по усл. $x\in Z$, а значит

$\frac{-a\pm\sqrt{a^2-4b}}{2}\in Z$, а значит

$$x^2+ax+b+1=0$$
$$D=a^2-4b-4\ge 0$$
$$x=\frac{-a\pm\sqrt{a^2-4b-4}}{2}$$

по усл. $x\in Z$, а значит

$\frac{-a\pm\sqrt{a^2-4b-4}}{2}\in Z$

$\frac{-a+\sqrt{a^2-4b}}{2}\in Z$ и $\frac{-a-\sqrt{a^2-4b}}{2}\in Z$ значит сумма:

$\frac{-a\cdot 2}{2}\in Z$, то есть $-a\in Z$ и $a\in Z$

$\frac{-a+\sqrt{a^2-4b}}{2}\in Z$, значит $-a+\sqrt{a^2-4b}\in Z$, значит

т.к. $-a\in Z$, то $\sqrt{a^2-4b}\in Z$, аналогично из 2-го урния $\sqrt{a^2-4b-4}\in Z$, то есть a^2-4b и a^2-4b-4 квадраты ~~пусть~~ неотрицательных целых чисел, и $a^2-4b>a^2-4b-4$, пусть

$a^2-4b-4=x^2$, а $a^2-4b=(x+t)^2$, где $t\in N$, $x\in Z$ и $x\ge 0$

$x^2+4=(x+t)^2$ $\quad$ $\cancel{x^2}+4=\cancel{x^2}+2xt+t^2$;

2

м11-2 продолжения

$t^2+2xt=4$, $t\in N$, $x\in Z$, $x\geq 0$

для $t=1$: $1+2x=4$

$x=1{,}5$, но $x\in Z$, значит невозм

для $t=2$: $4+4x=4$

$\underline{x=0}$

для $t\geq 3$ $t^2+2xt \underset{x\geq 0}{\geq} 9+6x$, значит $\geq 9>4$

и корней нет.

значит единственное решение в $t\in N$, $x\in Z$ и $x\geq 0$, это $t=2$ и $x=0$, отсюда

$a^2-4b=(x+t)^2=4$

для ур-ния $x^2+ax+b+2=0$

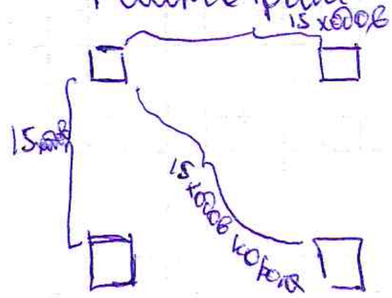
$D=a^2-4b-8=4-8=-4<0$,

а значит корней нет., что и т.д.

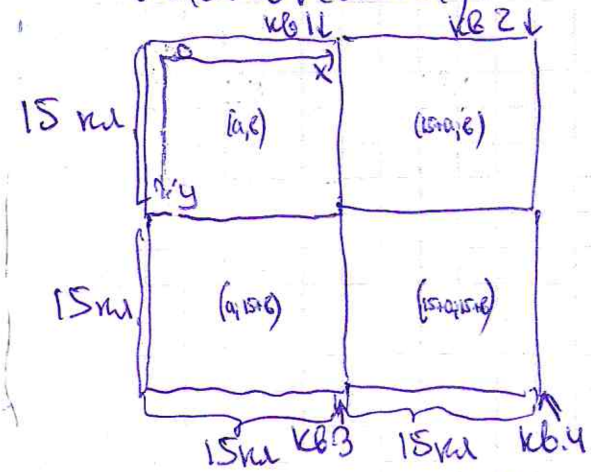
№3

№11.3.

Рассмотрим 4 клетки следующего вида:

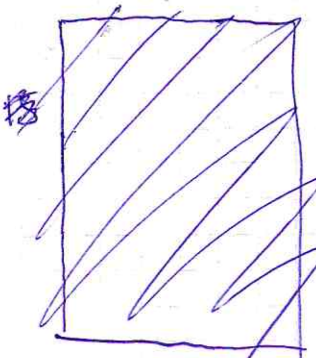


Заметим, что среди этих клеток может быть закрашена только одна, ~~в про~~ в противном случае будут существовать хотя бы 2 закрашенных клетки ~~с разницей ходов~~ достижимых королем за 15 ходов (по горизонтали, вертикали или диагонали).

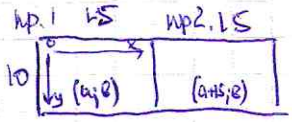


~~в квад~~ Докажем, что в квадрате 30×30 может быть закрашено не более 15×15 клеток. Каждой клетке квадрата 1 сопоставим по одной клетке квадратов 2,3,4 ~~то есть~~ следующим образом: пусть если в указанной системе координат клетка квадрата 1 имеет координаты (a,b), то сопоставим ей клетки (a+15,b); (a;b+15); (a+15,b+15) заметим, что эти клетки вида указанного выше, то есть от каждой из них можно дойти до каждой ходом короля, а значит закрашена у нас только одна из них может быть. Каждой клетке кв.1 однозначно сопоставляются 3 других клетки, то есть каждая 4ка клеток встретится только 1 раз, все клетки во всех 4 четверках различны и четверок столько же сколько клеток в кв.1, то есть 15×15, а значит закраш.клеток ≤ 15×15

Аналогично, для прямоугольников 30×10; ~~30×15~~ 10×30 квадрата 10×10:

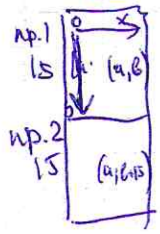


30×10:



клетке пр1 $(a;b)$ сопоставляем $(a+15;b)$ среди них ровно одна м.б. запрещена т.к. достижимы 15 ходами короля а значит всего запрещено не больше чем в пр.1 клеток (однозначное разбиение на пары) то есть 15×10 клеток

аналогично для 10×30

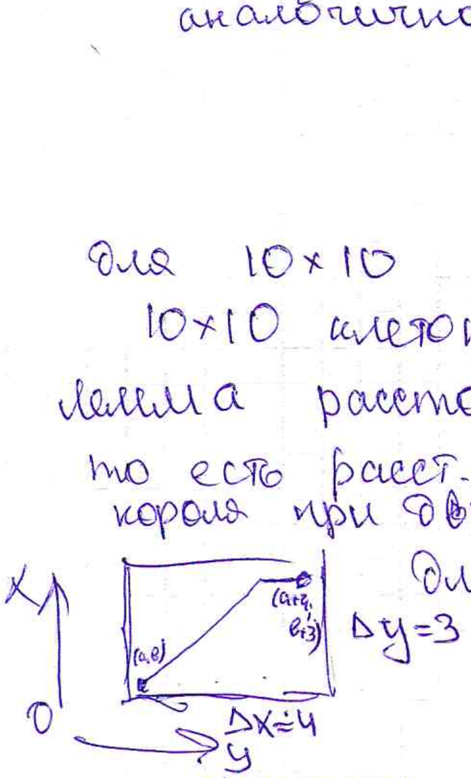


не больше 15×10 запрещенных клеток

для 10×10 м.быть запрещено не более чем 10×10 клеток, то есть не больше, чем их кол-во

лемма расстояние $=\max(\Delta X,\Delta Y)$

то есть расст. это максимум из смещений короля при движении по OX и по OY $\Delta X=|a_2-a_1|$ $\Delta Y=|b_2-b_1|$, где (a_1,b_1) $(a_2 b_2)$ коорд клеток



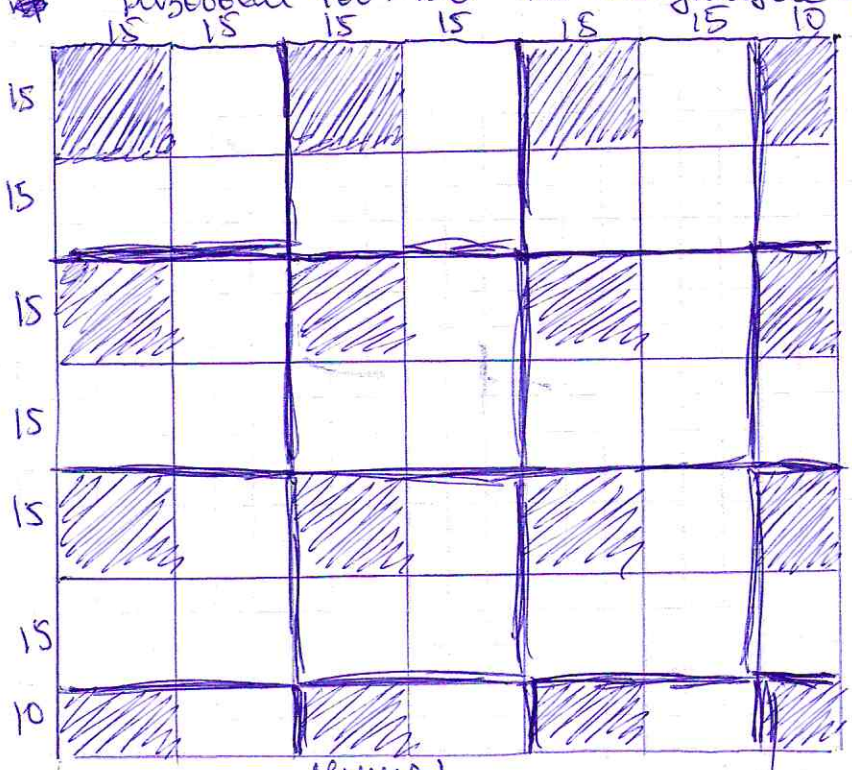
для $\Delta X\geq\Delta Y$ сначала идем по диагонали в нужную сторону ΔY шагов, то есть по OX сместимся на ΔY и по OY сместимся на ΔY в нужную сторону а потом идем по OX $\Delta X-\Delta Y$ шагов, т.е. достигаем нужной клетки за $\Delta Y+\Delta X-\Delta Y=\Delta X=\max(\Delta X,\Delta Y)$ шагов, для $\Delta Y\geq\Delta X$ аналогично

за меньшее кол-во ходов нельзя, для $\Delta X\geq\Delta Y$ нам нужно для достижения искомой клетки сдвинуться ~~хотя бы~~ на ΔX по OX, а за 1 ход король смещается по OX не больше чем на 1 значит нужно не меньше ΔX ходов $=\max(\Delta X,\Delta Y)$ ходов аналогично для $\Delta X\leq\Delta Y$

То есть указано, как пройти за $\max(\Delta X,\Delta Y)$ ходов добраться из одной клетки в другой королем и доказано, что за меньше нельзя, значит расстояние это $\max(\Delta X, \Delta Y)$

№11.3 продолжение

разобьем 100×100 на следующие фигуры



~~в них~~ закрасим все указанные (закрашенные) клетки в каждой выделенной (жирно обведенной) области закрашено ровно столько клеток, сколько максимум может быть по оценке (выше), то есть суммарно

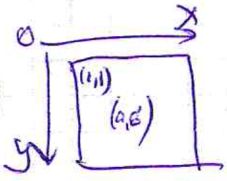
$$15\times15\times9+15\times10\times3+10\times15\times3+10\times10$$

$$= 15\times15\times9+15\times10\times6+10\times10=$$

$$=(15\times3+10)^2 = 55^2 = 3025 \text{ клеток}$$

Теперь докажем, что теперь не найдется клеток с расст 15:

в квадрате 15×15 закрашен



коорд $(a_1 b_1)$ $1\le a_1\le15$ $1\le b_1\le15$ $\Leftrightarrow$ $-15\le -a_1\le -1$ $-15\le -b_1\le -1$

$1\le a_2\le15$ $1\le b_2\le15$ $-14\le a_2-a_1\le14$ $-14\le b_2-b_1\le14$

$\Delta x=|a_2-a_1|\le14$ $\Delta y=|b_2-b_1|\le14$

то есть $\max(\Delta x,\Delta y)\le14$, а значит все расстояния между парами клеток в 15×15 ≤14, значит внутри каждой закраш. фигуры все хорошо т.как они являются подфигурами квадрата 15×15

Также две разн. закраш. фигуры то же не имеют расст. 15 так как между ними либо по Ox либо по Oy лежит хотя бы 15 незакрашенных клеток, а значит Δ в этом направлении ≥16, а т.к. расст $=\max(\Delta x,\Delta y)$, то расст ≥16 и т.о. ни внутри одной фигуры ни среди разных нет пары с расст. 15 и указанный пример подходит, также приведена оценка, а значит

6

№11.3 продолжение

больше клеток закрасить нельзя

Ответ: 3025 клеток.

№11.4. $P_n(x) = x^{2n} + a_1 x^{2n-2} + a_2 x^{2n-4} + \ldots + a_n$

заметим, что x во всех слагаемых присутствует в четной степени, а значит это функция четная и если x корень $P_n(x)$, то и $-x$ корень

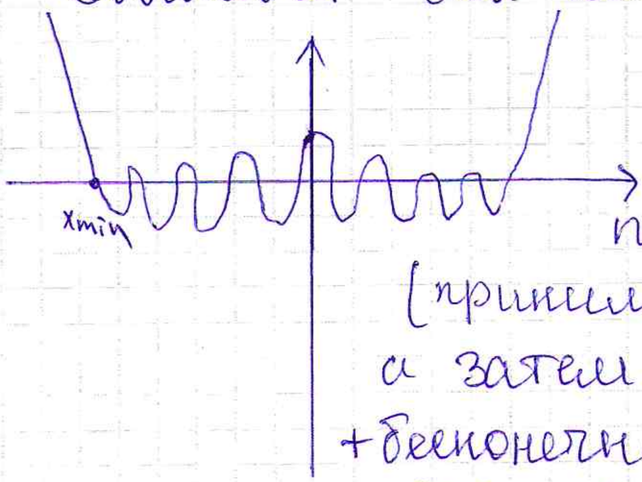
$P_n(-x) = (-x)^{2n} + a_1(-x)^{2n-2} + \ldots + a_n =$

$= x^{2n} + a_1 x^{2n-2} + \ldots + a_n = P_n(x)$

т.к. функция четная, то её график симметричен относительно Oy

$\lim\limits_{x \to \infty} P_n(x) = +\infty$ $\lim\limits_{x \to -\infty} P_n(x) = +\infty$

и выглядит она следующим образом



то есть несколько раз вблизи Oy пересекает Ox (принимает значение 0), а затем уходит на +бесконечность

Рассмотрим $P_{n+1}(x) = x^{2n+2} + a_1 x^{2n} + a_2 x^{2n-2} + \ldots + a_n x^2 + a_{n+1}$
$= x^2(x^{2n} + a_1 x^{2n-2} + a_2 x^{2n-4} + \ldots + a_n) + a_{n+1} = x^2 \cdot P_n(x) + a_{n+1}$

проведем с $P_n(x)$ следующие операции для $a_{n+1} < 0$ если такое есть

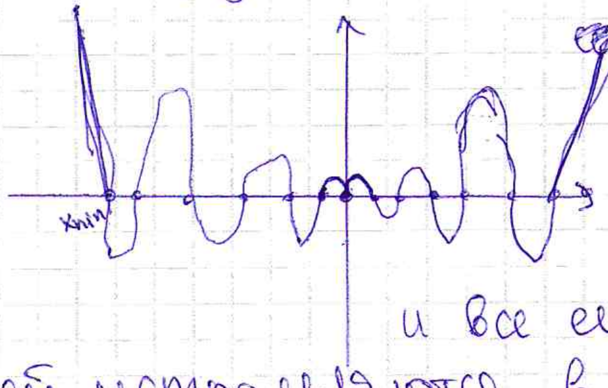
1) $\cdot x^2$

2) $+a_{n+1}$, ~~если $a_{n+1} < 0$~~, мы получим в итоге $P_{n+1}(x)$, посмотрим где у него будет самый левый корень

заметим, что т.к. $a_{n+1} < 0$ в нашем случае, ~~то P_n~~ то наименьший корень $P_n(x) < 0$

~ n.4 продолж.

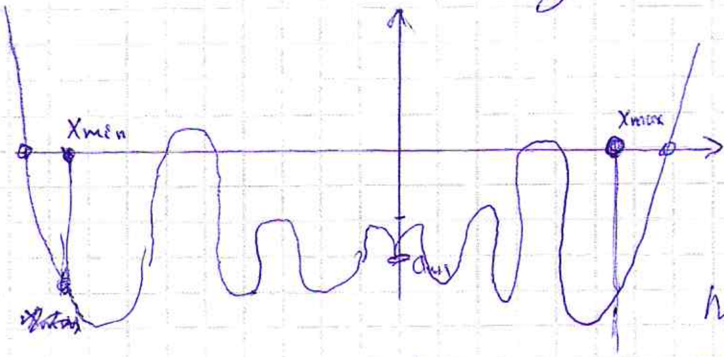
1) операция $\cdot x^2$ ~~в каждой точке отличной от~~ умножаем в точках на неотрицательные числа ~~функцию~~ ~~отличн~~ график немного растянется /сожмется в разных местах при $x=0$ станет 0.



корни урния сохранятся график функции все ещё симметричен. относительно OY и все еще после последних корней устремляются в бесконечность

2) $+a_{n+1}$ сдвинем ~~от~~ график функции на вектор $(0; a_{n+1})$

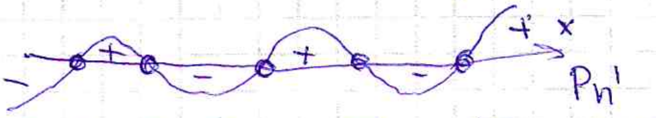
т.к. $a_{n+1}<0$, то вниз сдвигается



так как график функции сдвинулся, то теперь в прежних своих корнях она принимает значение a_{n+1}, какое-то отрицательное число.

~~При $x>x_{max}$ фун~~ ~~При $x>x_{max}$ функция монотонно возрастает~~ $P_n'(x) = 2n x^{2n-1} + (2n-2)a_1 x^{2n-3} + \dots + a_{n-1}$

~~при~~



~~в точках 0 она пересекает~~ ~~При $x<x_{min}$ функция монотонно~~ начиная с какого-то момента функция все ещё уходит на $+\infty$ при $x\to\infty$ и $x\to-\infty$

а значит т.к. в x_{min} она теперь равна $a_{n+1}<0$ то есть ниже OX, а на $x\to-\infty$ она уходит в $+\infty$, то т.к. она непрерывна (как многочлен) то должна пересечь OX где-то между $-\infty$ и x_{min}, 11-4 продолжение.

а значит теперь у функции есть корень $< x_{min}$, ~~который раньше был корнем функции минимальный~~ а т.к. теперь наша функция $P_{n+1}(x)$, то её минимальный корень это a_{n+2} и он меньше x_{min} который также по условию был равен a_{n+1}; $a_{n+2} < a_{n+1}$, а т.к. наши шага выполняются для $a_{n+1} < 0$, и т.к. $a_{n+2} < a_{n+1} < 0$, то их можно выполнить и для a_{n+2} и получить $a_{n+3} < a_{n+2} < a_{n+1} < 0$ и так далее по индукции, начиная с взятого $n+1$ члена последовательн. $a_{n+1}; a_{n+2}; a_{n+3}; \ldots$ убывает.

Осталось доказать, что такое начальное a_{n+1} вообще существует.

Заметим, что наша последовательность бесконечна, а значит начиная с $n=2018$ у P_n всегда есть корни, кроме того они ненулевые по условию, так как являются членами последовательности, а значит у P_n всегда есть отрицательный корень, (она четная, а значит если есть хоть один ненулевой корень, то их как минимум 2: положительный и отрицательный) значит a_{n+1} всегда < 0, значит если взять a_{n+1}, где $n=2018$, то по усл.

№11.4 продолжение P_{2018}

оно a_{n+1} корень минимальный от P_n значит $a_{n+1} < 0$, значит начиная с него по индукции как указано выше

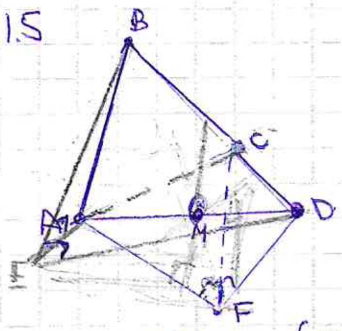
$a_{n+1}; a_{n+2}; a_{n+3} \dots$ убывающая

то есть начиная с $N = 2018 + 1 = 2019$

$a_N; a_{N+1}; a_{N+2} \dots$ убывающая

ч. и т.д.

№11.5



Решение

1) BE - высота, значит $(BE) \perp (ACD)$ отсюда $(BE) \perp (AD)$, а значит $(BE) \parallel \alpha$, т.к $(BE) \perp (AD)$ и $(AD) \perp \alpha$

2) аналогично $(CF) \parallel \alpha$

НА

Всероссийская олимпиада школьников по математике
2018/2019 учебный год.
Региональный этап.

11 класс Шифр 2-11-29

№11.6 Обозначим данные числа за x; $x+1$; $x+2$; $x+3$ 11.6

+

нарисуем таблицу остатков этих чисел по модулю 3 в зависимости от остатка x;

6	7	8	9	10	Σ
$+_{ПЕ}$	$+_{СК}$	$+_{ХФ}$	$+_{ПЕ}$	$-_{ПЕ}$	29
$7_{СК}$	$7_{ПЕ}$	$7_{ПВ}$	$7_{СК}$	$0_{СК}$	

	x	$x+1$	$x+2$	$x+3$	$x+(x+1)+(x+2)$	$(x+1)+(x+2)+(x+3)$
ост	0	1	2	0	0	0
ост	1	2	0	1	0	0
ост	2	0	1	2	0	0

по (mod 3)

Заметим, что сумма первых 3ёх из них и сумма последних 3ёх всегда дают остаток 0 по модулю 3, а значит делятся на 3

нарисуем таблицу остатков по модулю 2

	x	$x+1$	$x+2$	$x+3$	$x+(x+1)+(x+2)$	$(x+1)+(x+2)+(x+3)$
по mod2	0	1	0	1	1	0
	1	0	1	0	0	1

Заметим, что ~~в завис~~ либо сумма первых 3ёх из них, либо сумма последних 3ёх ~~всегда дает~~ даёт остаток 0 по модулю 2, а значит делится на 2

Возьмем ту сумму из 2ух (первых трёх или последних трёх), которая делится на 2, как указано выше, она точно делится на 3, кроме того т.к. это сумма трёх чисел больших 100, а значит она больше 300 ~~и т.к.~~ обозначим её за sum тогда т.к. она делится на 2 и на 3, то и на число $\frac{sum}{2\cdot 3}$ она тоже делится

причем это число $x=\frac{sum}{2\cdot3}>\frac{300}{2\cdot3}=50$

больше 50, т.о. возьмём наши три числа из суммы: их сумма представима, как $2\cdot3\cdot x$, где $x\neq2$ и $x\neq3$ т.к. $x\geq50$ искомую тройку привели - задачу доказали
ч.т.д.

№11.7. Сравним $n \in N$ | 2/6

$$x_n \vee x_{n+1}$$

$$2^n(\sqrt[2^n]{a}-1) \vee 2^{n+1}(\sqrt[2^{n+1}]{a}-1)$$

$$\cancel{2^n}(a^{\frac{1}{2^n}}-1) \vee 2\cdot\cancel{2^n}(a^{\frac{1}{2^{n+1}}}-1) \quad | : 2^n > 0$$

$$a^{\frac{1}{2^n}}-1 \vee 2a^{\frac{1}{2^{n+1}}}-2$$

$$a^{\frac{1}{2^{n+1}}\cdot 2}-2a^{\frac{1}{2^{n+1}}}+1 \vee 0$$

$$(a^{\frac{1}{2^{n+1}}}-1)^2 \vee 0$$

$$(a^{\frac{1}{2^{n+1}}}-1)^2 \geq 0$$

но квадрат числа всегда неотрицателен, кроме того он принимает значение 0 только в случае $a^{\frac{1}{2^{n+1}}}-1=0$

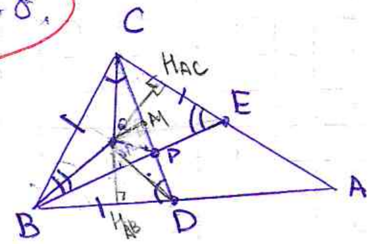
$a^{\frac{1}{2^{n+1}}}=1 \Leftrightarrow a=1$, но по условию это не так, значит в неравенстве -равенство недостижимо, то есть:

$$(a^{\frac{1}{2^{n+1}}}-1)^2 > 0, \text{ а значит}$$

$x_n > x_{n+1}$, каждый член последовательности больше следующего вне зависимости от $n \in N$, а значит последовательность убывающая, что и требовалось доказать

№ 11.8.

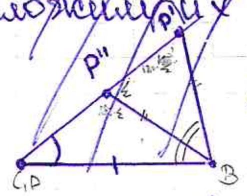
3 / 6



Решение

1) $\triangle DBC$ и $\triangle BCE$ равнобедренные т.к. по усл. стороны равны;
тогда $\angle DCB = \angle CDB$ и $\angle CBE = \angle CEB$

~~2) обозначим $\angle B = \alpha$, тогда $\angle B = 180 - \angle BPD = 180 - \alpha$~~
~~3) $\triangle BCP$ и $\triangle BDP$ имеют $BD = BC$; $\angle BDP = \angle BCP$:~~
~~наложим их по равным объектам:~~



~~$\triangle BDP$ перешел в~~

4) пусть Q - центр вписанной окружности $\triangle ABC$,
проведем QD; QH_{AC}; QH_{AB}; $Q \in BM$ - биссектриса $\angle B$
т.к. $\triangle CBD$ равнобедр BM - медиана и высота, а значит QM медиана и высота
$\triangle CQD$, значит $\triangle CQD$ равнобедр; значит $CQ = QD$; и $\angle QCD = \angle QDC$

5) $\angle BPC = 180 - \text{I} - \text{II}$; $\angle CPE = 180 - \angle BPC = \text{I} + \text{II}$; $\angle PCE = 180 - \angle CPE - \angle CEP =$
$= 180 - \text{I} - \text{II} - \text{II}$; $\angle BCE = (180 - \text{I} - \text{II} - \text{II}) + \text{I} = 180 - 2 \cdot (\text{II})$

I - обознач одной дугой на чертеж
II - двумя дугами

$\angle QCE$ как биссектр $= \frac{\angle BCE}{2} = 90 - \text{II}$; $\angle QCP = \angle QCE - \angle PCE =$
$= 90 - \text{II} - (180 - \text{I} - \text{II} - \text{II}) = \text{I} + \text{II} + \cancel{\text{II}} + 90 - \cancel{\text{II}} - 180 = \text{I} + \text{II} - 90$
$\angle QDC = \angle QCD = \angle QCP = \text{I} + \text{II} - 90$; $\angle PBD = 180 - \angle BPD - \angle BDP =$
$= 180 - \text{I} - \text{II} - \text{I}$; $\angle DBC = (180 - \text{I} - \text{II} - \text{I}) + \text{II} = 180 - 2 \cdot (\text{I})$
$\angle QBD$ как биссектр. $= \frac{\angle DBC}{2} = 90 - \text{I}$; $\angle QBP = \angle QBD - \angle PBD =$
$= 90 - \text{I} - (180 - \text{I} - \text{II} - \text{I}) = \text{I} + \cancel{\text{I}} + \text{II} + 90 - \cancel{\text{I}} - 180 = \text{I} + \text{II} - 90$
$\angle QDC = \angle QBP = \text{I} + \text{II} - 90$ и опираются на один отрезок QP
значит точки B, Q, P, D лежат на одной окружности

6) аналогично $\triangle BQE$ равнобедр и $\angle QEB = \angle QBE = \text{I} + \text{II} - 90$
$\angle QEB = QCP = \text{I} + \text{II} - 90$ и опираются на один отрезок QP, значит
точки Q, E, B, P лежат на одной окружности

№11.8 продолжение 4/6

7) описан. окр. △BDP и △CEP имеют Q и в одной и в другой, значит они пересекаются по ней значит окр. описан около △BDP и △CEP пересекаются в Q, а то есть центре впис окр. в △ABC что и требовалось доказать

№11.9. ~~Отв~~ Ответ: 28.

Докажем, что ~~~~ больше не может быть: т.к в сентябре 30 дней, то больше 30 человек, чтобы у ~~каждого б~~ всех было различное количество посещенных дней. не может быть (всего 30 вариантов: посетить 1 раз, 2 раза .... 30 раз). То есть $m \leq 30$

Пусть $m = 30$, тогда встречались все кол-ва хождений в бассейн от 1 до 30. Значит кто-то ходил в бассейн 30 раз, а кто-то только 1.

Заметим, что посетивший 30 раз ходил каждый день, а значит не существует дня в который человек сходивший 1 раз сходил, а сходивший 30 раз не сходил, противоречие с условием задачи. значит $m \neq 30$ и значит $m \leq 29$

~~Пусть как~~ Вообще противоречие возникает в паре сходившего 30 раз и любого другого, аналогично. Значит никто не мог ходить 30 раз.

Пусть $m = 29$, тогда ~~все хождения~~ люди ходили в бассейн от 1 до 29 раз (30 нельзя ↑) тогда чтобы выполнялось условие все люди ~~в~~ кроме ~~единствен~~ сходившего 29 раз должны чтобы выполн. уск. сходить в день, когда тот не ходил. Тогда тот, кто ходил 1 раз, ходил в тот же день, что и тот, кто 2 раза, а значит для сходившего 1 раз нету дня в который он ~~не ходил~~ ходил, а сходивший 2 раза нет. Противоречие. Значит $m \neq 29$, значит $m \leq 28$

Для m=28. возможно. 5 / 6

Построим пример Обозначим людям номера от 2 до 29 - количество раз которое они сходили в бассейн

N день	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	N чел
	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+		29
	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+			+	28
	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+			+		+	27
	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+			+		+		+	26
	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+			+		+		+		+	25
	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+			+		+		+		+		+	24
	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+			+		+		+		+		+		+	23
	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+			+		+		+		+		+		+		+	22
	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+			+		+		+		+		+		+		+		+	21
	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+			+		+		+		+		+		+		+		+		+	20
	+	+	+	+	+	+	+	+	+			+		+		+		+		+		+		+		+		+		+	19
	+	+	+	+	+	+	+			+		+		+		+		+		+		+		+		+		+		+	18
	+	+	+	+	+			+		+		+		+		+		+		+		+		+		+		+		+	17
	+	+	+			+		+		+		+		+		+		+		+		+		+		+		+		+	16
	+			+		+		+		+		+		+		+		+		+		+		+		+		+		+	15
					+	+		+		+		+		+		+		+		+		+		+		+		+		+	14
							+	+		+		+		+		+		+		+		+		+		+		+		+	13
									+	+		+		+		+		+		+		+		+		+		+		+	12
											+	+		+		+		+		+		+		+		+		+		+	11
													+	+		+		+		+		+		+		+		+		+	10
															+	+		+		+		+		+		+		+		+	9
																	+	+		+		+		+		+		+		+	8
																			+	+		+		+		+		+		+	7
																					+	+		+		+		+		+	6
																							+	+		+		+		+	5
																									+	+		+		+	4
																											+	+		+	3
																													+	+	2

+ сходил в этот день в бассейн

приведем номер дня для каждой пары сходивший/не сходивший (корректность примера)

не сходил \ сходил	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
2	–	28	26	24	22	20	18	16	14	12	10	8	6	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	28
3	29	–	26	24	22	20	18	16	14	12	10	8	6	4	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	29
4	29	27	–	24	22	20	18	16	14	12	10	8	6	4	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	27	29
5	29	27	25	–	22	20	18	16	14	12	10	8	6	4	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	25	27	29
6	29	27	25	23	–	20	18	16	14	12	10	8	6	4	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	23	25	27	29
7	29	27	25	23	21	–	18	16	14	12	10	8	6	4	2	4	6	8	10	12	14	16	18	21	23	25	27	29
8	29	27	25	23	21	19	–	16	14	12	10	8	6	4	2	4	6	8	10	12	14	16	19	21	23	25	27	29
9	29	27	25	23	21	19	17	–	14	12	10	8	6	4	2	4	6	8	10	12	14	17	19	21	23	25	27	29
10	29	27	25	23	21	19	17	15	–	12	10	8	6	4	2	4	6	8	10	12	15	17	19	21	23	25	27	29
11	29	27	25	23	21	19	17	15	13	–	10	8	6	4	2	4	6	8	10	13	15	17	19	21	23	25	27	29
12	29	27	25	23	21	19	17	15	13	11	–	8	6	4	2	4	6	8	11	13	15	17	19	21	23	25	27	29
13	29	27	25	23	21	19	17	15	13	11	9	–	6	4	2	4	6	9	11	13	15	17	19	21	23	25	27	29
14	29	27	25	23	21	19	17	15	13	11	9	7	–	4	2	4	7	9	11	13	15	17	19	21	23	25	27	29
15	29	27	25	23	21	19	17	15	13	11	9	7	5	–	2	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23	25	27	29
16	29	27	25	23	21	19	17	15	13	11	9	7	5	4	–	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23	25	27	29
17	29	27	25	23	21	19	17	15	13	11	9	7	6	6	6	–	7	9	11	13	15	17	19	21	23	25	27	29
18	29	27	25	23	21	19	17	15	13	11	9	8	8	8	8	8	–	9	11	13	15	17	19	21	23	25	27	29
19	29	27	25	23	21	19	17	15	13	11	10	10	10	10	10	10	10	–	11	13	15	17	19	21	23	25	27	29
20	29	27	25	23	21	19	17	15	13	12	12	12	12	12	12	12	12	12	–	13	15	17	19	21	23	25	27	29

⇐ номер дня

16/16

№11.9 продолжение

	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
21	29	27	25	23	21	19	17	15	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	–	15	17	19	21	23	25	27	29
22	29	27	25	23	21	19	17	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	–	17	19	21	23	25	27	29
23	29	27	25	23	21	19	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	–	19	21	23	25	27	29
24	29	27	25	23	21	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	–	21	23	25	27	29
25	29	27	25	23	22	22	22	22	22	22	22	22	22	22	22	22	22	22	22	22	22	22	22	–	23	25	27	29
26	29	27	25	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24	–	25	27	29
27	29	27	26	26	26	26	26	26	26	26	26	26	26	26	26	26	26	26	26	26	26	26	26	26	26	–	27	29
28	29	28	28	28	28	28	28	28	28	28	28	28	28	28	28	28	28	28	28	28	28	28	28	28	28	28	–	29
29	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	–

№11.10. Ответ: ~~$\frac{1}{4n^2}$~~ $\frac{1}{(n+1)^2}$ Можно больше.

Стратегия Пети сделать ~~все~~ $n+1$ число равными $\frac{1}{n+1}$ а остальные нулями
Стратегия Васи расставить числа хоть как, всё равно не влияет. (0 не может занулять больше 2ух произведений, то есть станет 0 не больше $2n-2$ из них еще 2 будут $\frac{1}{(n+1)^2}$
Если Петя возьмет другие числа, то ответ будет меньше.

Если есть хотя бы n нулей, то Вася поставит числа число 0; число; 0 ... 0 ... и все произведения будут нулями

Значит хотя бы $n+1$ число ненулевые в Петином наборе должно быть.

Вася: числа ~~бер~~ стоят в 2ух парах каждое (левый и правый соседи), а значит будем формировать эти пары так: минимальное ~~с максимальным~~ максимальным и предмаксимальным; предминимальное с максимальным и предпредмаксимальным; предпред минимальное с ~~предпр~~ ~~пре~~ пред максимальным и пред×3 максимальным и так далее... Заметая на n и $n+1$ числах в отсорт порядке ~~вот стол и есть нул~~