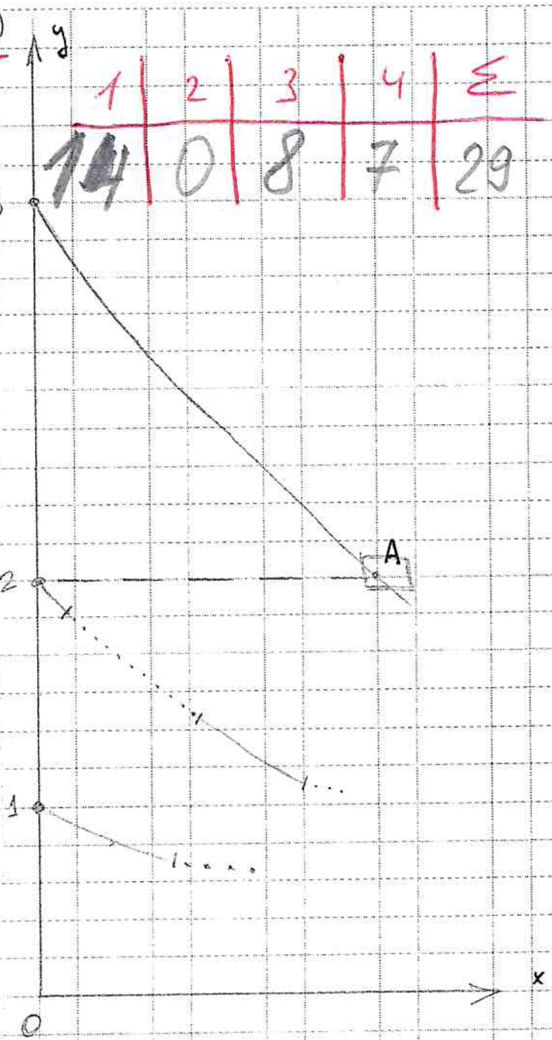
ЛИСТ 1 ИЗ 5 | 10-04
ШИФР (заполняется Оргкомитетом)

№ 1)

1	2	3	4	Σ
14	0	8	7	29



1. Рассмотрим точку А. Заметим, что она имеет такую же координату по y, как и труба в положении 2. Значит, дым, вышедший из трубы в положении 2, через время τ окажется в точке А. Т.к. дым двигается вдоль оси вместе с ветром, то его скорости также $u = 4$ м/с.

Отсюда:

$$u\tau = 8l,$$

где l – длина 1 деления в метрах. Подставляя численные значения:

$$\tau = 2l$$

2. Рассмотрим участок шлейфа около точки (на рис. в прямоуг. рамке).

Заметим, что здесь угол, под которым направлен шлейф к оси очень близок к 45° (явно видно из рисунка, т.к. шлейф проходит по узлам клеток).

Значит, на данном участке перемещение дыма вдоль оси Ox было равно перемещению по оси Oy. Пусть тот участок, от которого остался этот шлейф паровоз прошёл за очень маленькое время $\Delta\tau$.

$$r_x = r_y$$
$$V_2 \Delta\tau = u \Delta\tau,$$

здесь мы взяли V_2, т.к. за такое малое время скорость почти не изменится.

$$V_2 = u = 4 \text{ м/с}$$

3. Для участка 1-2 (когда поезд ехал от 1 к 2):

$$a = \frac{V_2^2 - V_1^2}{2S_{12}}$$

Из рисунка: $S_{12} = 6l$

$2a \cdot 6\ell = v_2^2 - v_1^2$

$4,8\ell = 16 - v_1^2$

$v_1^2 = 16 - 4,8\ell$

Также по закону изменения скорости: $v_2 = v_1 + a\tau$, т.е.

$v_1 = v_2 - a\tau = v_2 - 2a\ell = 4 - 0,8\ell$

$(4 - 0,8\ell) = 16 - 4,8\ell$

$16 - 6,4\ell + 0,64\ell^2 = 16 - 4,8\ell$

$0,64\ell^2 = 1,6\ell$

$\ell = \frac{1,6}{0,64} = 2,5м$

Тогда: $\tau = 2\ell = 5с$

4. Заметим, что $v_1 = at_1$, где t_1 – время от старта до точки 1.

$at_1 = 4 - 0,8\ell = 4 - 2 = 2$

$t_1 = \frac{2}{a} = \frac{2}{0,4} = 5с$

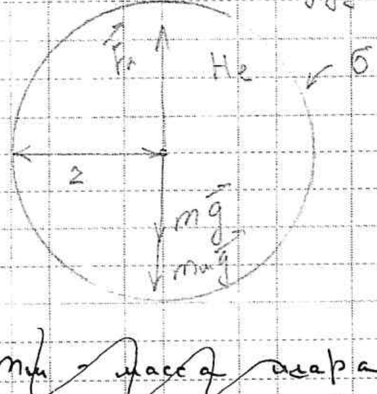
Из закона движения: $x = \frac{at_1^2}{2}$, где x – расстояние, которое проехал поезд до 1 точки.

$x = \frac{0.4 \cdot 25}{2} = 5м$

бп: -1б

Ответ: $\tau = 5с$, $x = 5м$

№ 3)



Дано: σ, r, M_{He}, $M_в$, p_0, T

m, соотношение параметров шара

1. ~~Запишем II з-н Ньютона для шара:~~

$0 = (m_ш + m)g - \rho_в g V,$

где ~~$m_ш$ – масса шара~~

m – масса гелия

1. Обозначим: $m_ш$ - масса шара
V - объём шара
$\rho_в$ - плотност воздуха
P_{he} - давление гелия в шаре.

Запишем условие, при котором шар взлетит:

$(m_ш + m) g \leq \rho_в g V$ $(F_{Арх})$

$m_ш + m \leq \rho_в V$

$m \leq \rho_в V - m_ш$ (*)

Найдём $\rho_в$ из з-на Менделеева - Клайперона:

$p_0 V_в = \nu RT = \frac{m}{M_в} RT = \frac{\rho_в V_в}{M_в} RT$

$\rho_в = \frac{p_0 M_в}{RT}$

Подставим в (*):

$m \leq \frac{p_0 M_в}{RT} \cdot \frac{4}{3} \pi r^3 - \sigma \cdot 4\pi r^2$

2. Это верно, только если воздушный шар имеет форму шара, а это так, если $P_{He} \geq p_0$ (ставим $\geq$, т.к. сказано, что оболочка из нерастяжимой плотной ткани, а значит она не деформируется при повышении давления.)

Из з-на Менделеева - Клайперона:

$P_{He} V = \frac{m}{M_{He}} RT \Rightarrow P_{He} = \frac{mRT}{M_{He} V} = \frac{3}{4} \frac{mRT}{M_{He} \pi r^3}$

$\frac{3}{4} \frac{mRT}{M_{He} \pi r^3} \geq p_0 \Rightarrow m \geq \frac{4}{3} \cdot \frac{p_0 M_{He} \pi r^3}{RT}$

Получаем выражение для m:

$\frac{4}{3} \frac{p_0 M_{He} \pi r^3}{RT} \leq m \leq \frac{4}{3} \cdot \frac{p_0 M_в \pi r^3}{RT} - \sigma \cdot 4\pi r^2$

3. Это выражение имеет смысл, если:

$\frac{4}{3} \frac{p_0 M_{He} \pi r^3}{RT} \leq \frac{4}{3} \frac{p_0 M_в \pi r^3}{RT} - \sigma \cdot 4\pi r^2$ (1)

и если $\frac{4}{3} \frac{p_0 M_в \pi r^3}{RT} - \sigma \cdot 4\pi r^2 > 0$ (т.к. $m > 0$) (2)

(1) $\sigma \cdot 4\pi r^2 \leq \frac{4}{3} \frac{p_0 \pi r^3}{RT} (M_в - M_{He})$

$$\sigma \leq \frac{p_0 (M_B - M_{He})}{3RT} \cdot r$$

$\sigma \leq kr$, где $k = \frac{p_0 (M_B - M_{He})}{3RT}$

в k все величины нам известны.

② $\frac{4}{3} \frac{p_0 M_B \pi r^3}{RT} - \sigma \cdot 4\pi r^2 > 0$

$\frac{p_0 M_B}{3RT} \cdot r - \sigma > 0$

$r \cdot \frac{p_0 M_B}{3RT} > \sigma$

$r \cdot k' > \sigma$, где $k' = \frac{p_0 M_B}{3RT}$ (все величины известны)

$r \cdot k' > r \cdot k$ (т.к. $M_B > M_B - M_{He}$). Тогда в итоге получаем соотношение:

$$\sigma \leq kr = \frac{p_0 (M_B - M_{He})}{3RT} \cdot r$$

<u>Ответ:</u> $\frac{4}{3} p_0 \frac{M_{He} \pi r^3}{RT} \leq m \leq \frac{4}{3} \frac{p_0 M_B \pi r^3}{RT} - \sigma \cdot 4\pi r^2$

$$\sigma \leq \frac{p_0 (M_B - M_{He})}{3RT} \cdot r$$

<u>№ 4)</u> $\ln(F_c) = \ln(k) + n(\ln(V))$

Заметим, что это функция линейной зависимости $\ln(F_c)$ $(\ln(V))$

Из II з-на Ньютона $m\cancel{a}^{0} = mg - F_c$

$mg = F_c$ – формула для нахождения F_c

$V = \frac{S}{\Delta T}$ – формула для нахождения V. Будем рассматривать часть пути от 1 фотодатчика до 2. Здесь $S \simeq 23$ см из условия, ΔT возьмём среднее между $T_3 - T_1$ и $T_4 - T_2$ (т.к. за эти времена одна и таже точка конуса сдвигается на ΔS).

Составим таблицу значений:

F_c Н	$\ln(F_c)$	$\ln(v)$	V м/с
$5,33\cdot10^{-3}$	$-5,234$	$0,095$	$1,1$
$6\cdot10^{-3}$	$-5,116$	$0,1398$	$1,15$
$7\cdot10^{-3}$	$-4,962$	$0,234$	$1,264$
$7,9\cdot10^{-3}$	$-4,841$	$0,302$	$1,353$
$8,49\cdot10^{-3}$	$-4,769$	$0,401$	$1,494$
$9,9\cdot10^{-3}$	$-4,615$	$0,482$	$1,620$
$11,25\cdot10^{-3}$	$-4,487$	$0,775$	$2,170$

Значения в таблице посчитаны по ранее приведённым формулам на калькуляторе. (*)

Построим график в координатах $\ln(F)$ $(\ln(v))$

Получим прямую с угловым коэф. n, т. е. $\operatorname{tg}\alpha = n$

Возьмём удобную точку на графике (A)

Из графика видно, что свободный член $(\ln(k))$ будет $b = -5,32$

$\ln(F_c) = n(\ln(v)) + b$

Подставим $\ln(F_c)_A$ и $\ln(v)_A$

$\ln(F_c)$ в т. A будет $-4,9$

$\ln(V)$ в т. A будет $0,3$

$-4,9 = n\cdot0,3 + (-5,32)$

$n = \dfrac{5,32-4,9}{0,3} = 1,4$

Ответ: $n = 1,4$

(*) Подробный алг. подсчёта на примере первого случая:

$F_c = mg = 533\cdot10^{-6}\cdot10 = 10^{-5}\cdot533 = 5,33\cdot10^{-3}$ Н

~~[illegible]~~ $\ln(5,33\cdot10^{-3}) \approx -5,234$

$V = \dfrac{S}{\Delta T}$

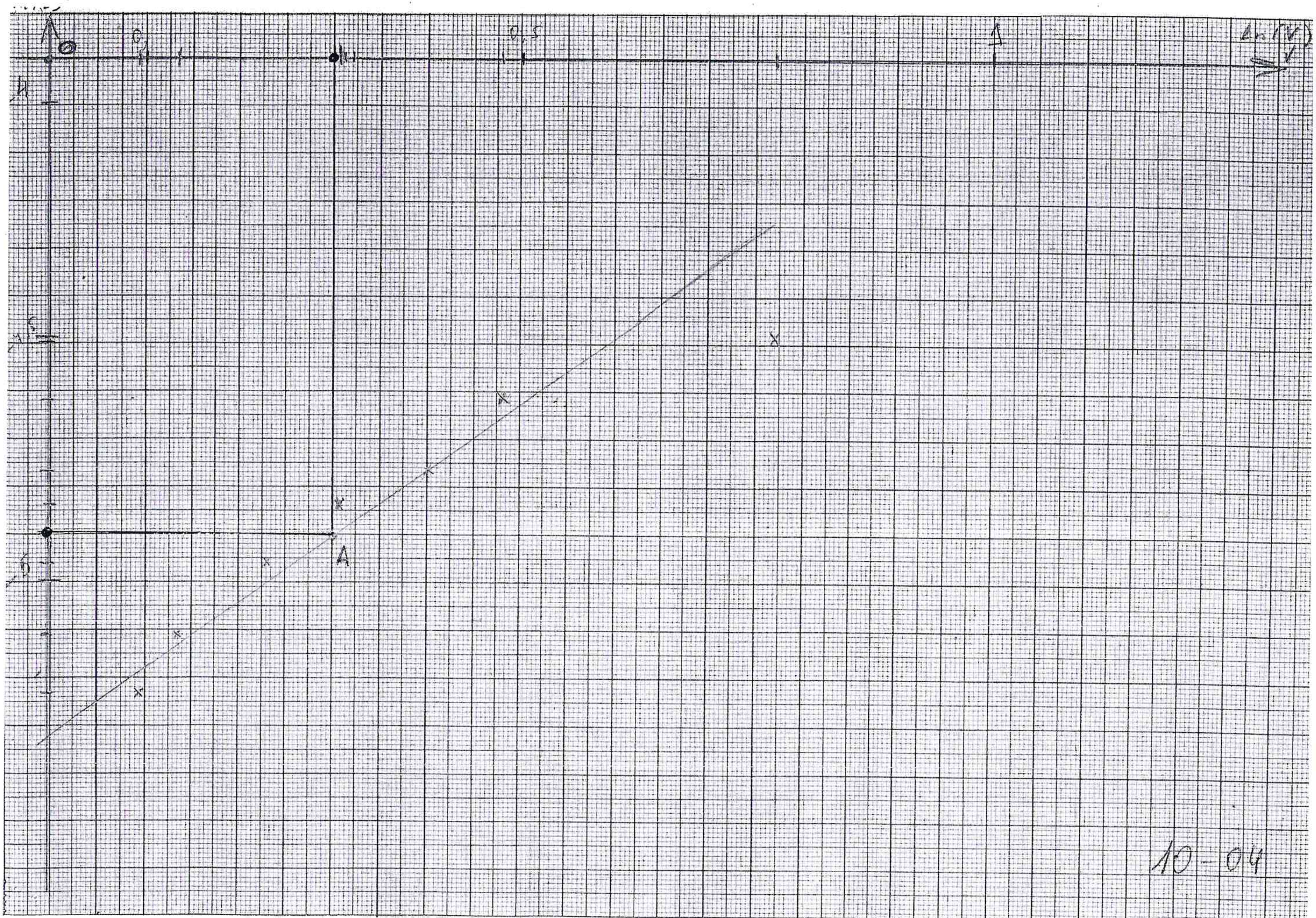
$\Delta T_1 = T_3 - T_1 = 211$ мс

$\Delta T_2 = T_4 - T_2 = 205$ мс

$\Delta T = \dfrac{\Delta T_1 + \Delta T_2}{2} \approx 208$ мс

$V = \dfrac{23\cdot10^{-2}}{208\cdot10^{-3}} \approx 1,1$ м/с

$\ln(1,1) \approx 0,095$



10 - 04

№ 3) 1. Определим, какие участки будут в нашей зоне видимости, если разместить зеркала на стенах забора (пусть вся стена - зеркало): Для этого воспользуемся тем, что если луч, отражаясь в зеркале, проходит через какую-то точку, то его продолжение внутрь зеркала проходит через отражение этой точки.

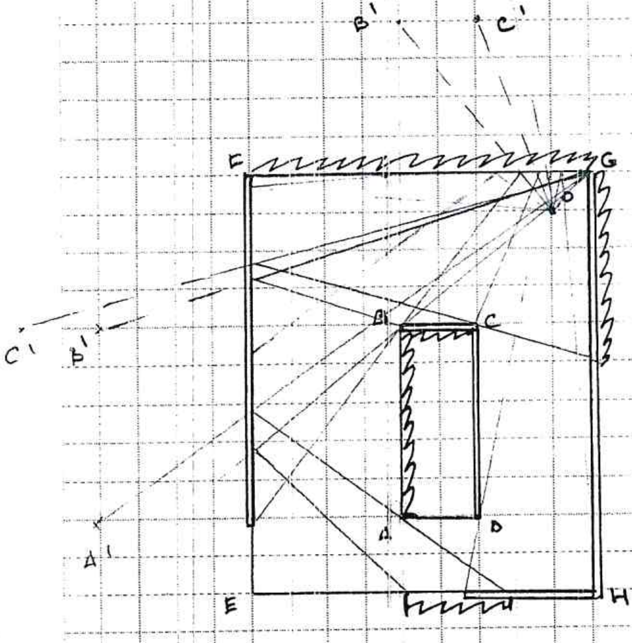


рис. 1

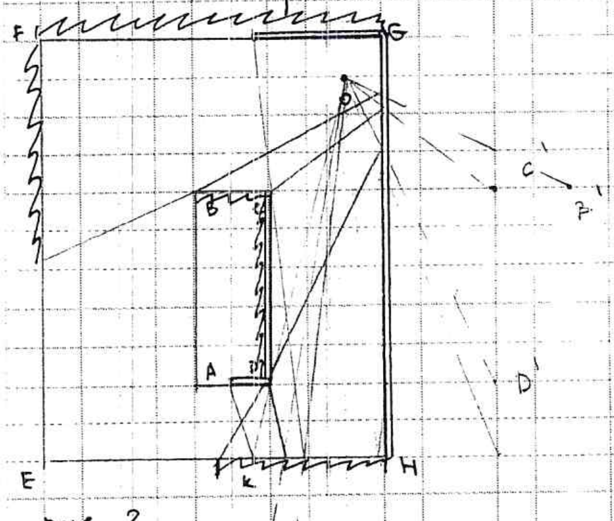


рис. 2.

Чтобы не загромождать рисунок, будем на каждом рисунке строить только 2 зеркальных стены.

• Стена FG (рис. 1)
Область, видимая в зеркале ═
B' - отражение B. Строим луч через B. Все лучи, которые падают на зеркало левее луча в т. B попадают на FE и дают нам один из участков области видения.
C' - отражение C. Лучи, попадающие на зеркало между лучами в т. B и в т. C дают нам участок на BC.
D' - отражение D. Лучи, попадающие на зеркало между лучами в т. C и в т. D дают участок на CD.
Все лучи, попадающие на зеркало правее луча в т. D дают нам участки на EH и на GH.

Для остальных сторон построение выполняется аналогично:

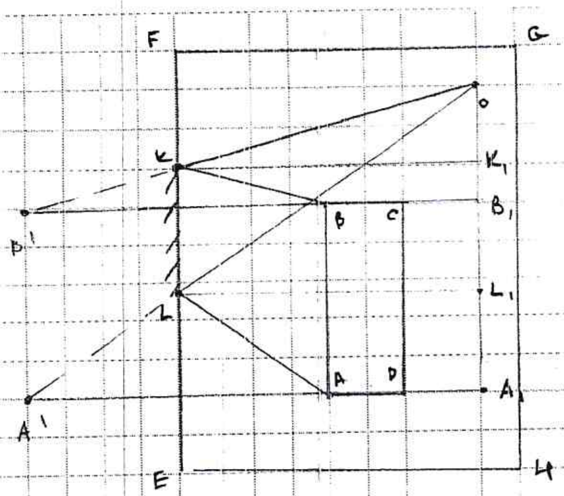
• стена FE (рис. 1)
Область, видимая в зеркале ~~~

• Стена EH (рис. 2) - ═
Заметим, что нам видна только область KH, остальное перекрыто складом

• стена GH (рис. 2) ~~~

1	2	3	4	Σ
2	12	10	0	24

Из построения видно, что стену AB видно, только если зеркало на FE: построим это зеркало.



KL - искомое зеркало. Оно мин. длины, т.к. его края соответствуют краям стены (по построению)

$KL = \cancel{K_1O}\ L_1O - K_1O$

$\triangle LL_1O \sim \triangle A'A_1O$. тогда

$$\frac{L_1O}{LL_1} = \frac{A_1O}{A'A_1} \Rightarrow L_1O = LL_1 \cdot \frac{A_1O}{A'A_1}$$

$$L_1O = 8x \cdot \frac{8x}{12x} = \frac{16}{3}x = \frac{16}{3} \cdot 10 м =$$

$$= \frac{160}{3} м = 53\frac{1}{3} м$$

$\triangle KK_1O \sim \triangle B'B_1O$. тогда $\frac{K_1O}{KK_1} = \frac{B_1O}{B'B_1} \Rightarrow K_1O = KK_1 \cdot \frac{B_1O}{B'B_1} =$

$$= 8x \cdot \frac{3x}{12x} = 2x = 20 м$$

$$KL = 53\frac{1}{3} - 20 = 33\frac{1}{3} м$$

2. Из п. 1 видно, что на EH нельзя так расположить зеркало, чтобы было видно всё AD.

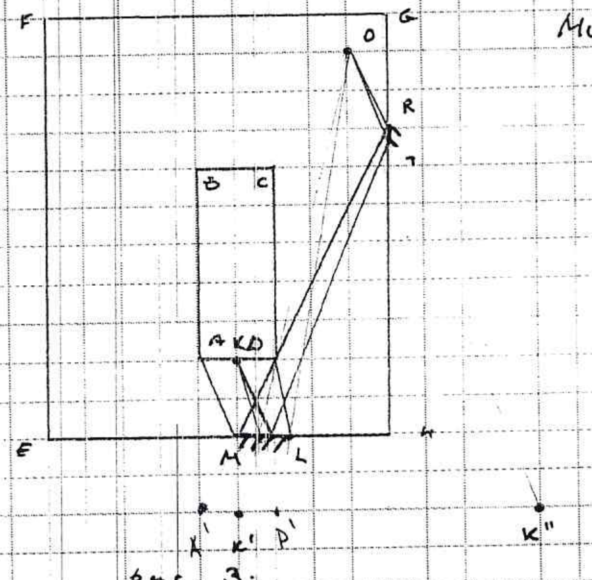
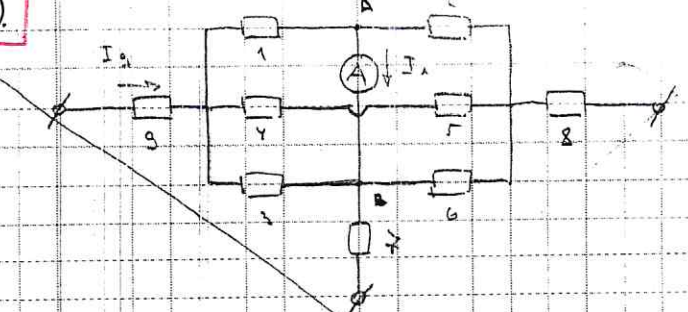
3. 

рис. 3.

Мы уже выяснили, что 1 зеркала не хватит, чтобы увидеть AD.
Вот пример на 2 зеркала (рис. 3)

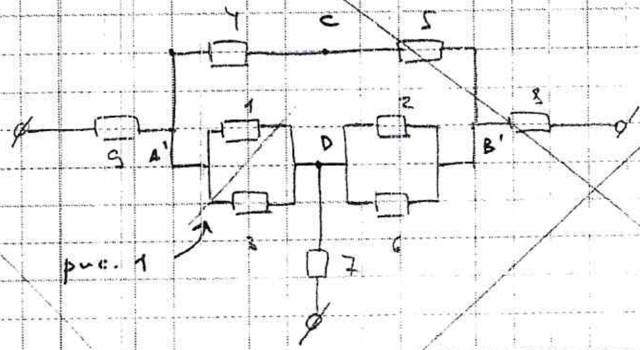
Здесь часть KD видна ~~...~~ в зеркале на EH, а часть AK видна в зеркалах на EH и GH вместе (Зеркала RT и ML)

~~№ 2)~~



~~1. Преобразуем схему~~

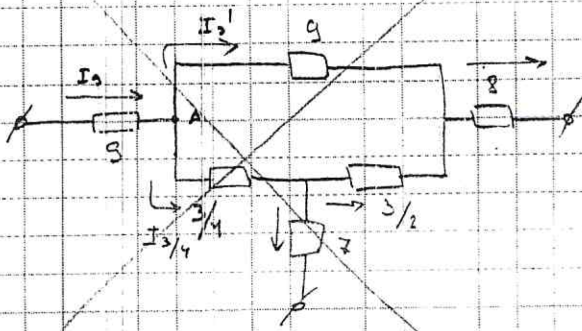
~~Ид. амперметр заменим проводом. Тогда точки A и B можно соединить в одну (*). Получим рис. 1.~~



~~рис. 1~~

~~2. Заменим послед. и парал. сопротивления на участке A' B' эквивалентными. (рис. 2)~~

~~(*) т.к. у них равные потенциалы~~



~~$R_{A'CB'} = R_4 + R_5 = 9$ Ом~~

~~$R_{A'D} = \frac{1 \cdot 3}{1+3} = \frac{3}{4}$ Ом~~

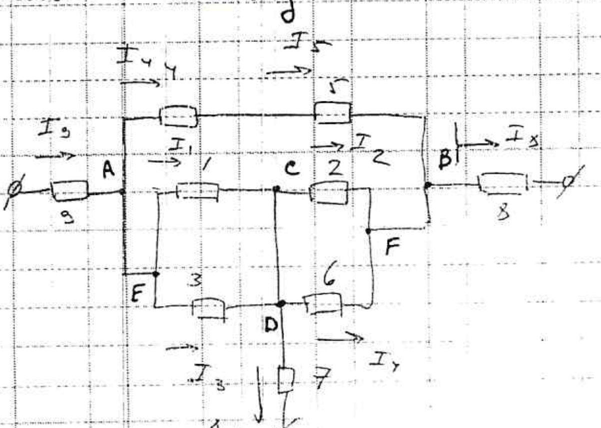
~~$R_{DB'} = \frac{2 \cdot 6}{2+6} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$ Ом~~

~~3. Расставим токи на схеме~~

~~$I_A = I_{3/4} = 4,5$ А.~~

~~По правилу Кирхгофа для узла A $I_9 = I_{3/4} + I_9'$~~
~~Тогда $I_9' = 14 - 4,5 = 9,5$ Ом~~

№ 2) Заменим ид. амперметр проводом и переместим ветку с R_4 и R_5 выше для удобства.



Рассмотрим 2 закон Кирхгофа для контуров ECD и FDC:

$$I_1 \cdot R_1 + I_A \cdot 0 - I_3 \cdot R_3 = 0$$
$$I_1 \cdot R_1 = I_3 \cdot R_3 \leftarrow (A)$$
$$\frac{I_1}{I_3} = \frac{R_3}{R_1} = 3$$

$$I_2 R_2 - I_6 R_6 + 0 \cdot I_A = 0$$
$$\frac{I_2}{I_6} = \frac{R_6}{R_2} = 3$$

Всероссийская олимпиада школьников
Региональный этап 2020/2021 учебный год

ЛИСТ 4 ИЗ 8 | 10-04
ШИФР (заполняется Оргкомитетом)

Обозначим $I_1 = I$, $I_2 = I'$, $I_3 = \frac{1}{3}I$, $I_6 = \frac{1}{3}I'$

На участке цепи EF ток уходит по R_7, тогда

$I_{втек EF} - I_{вытEF} = I_7$

$I_1 + I_3 - I_2 - I_6 = I_7$ (из I з-на Кирхгофа)

$\frac{4}{3}I - \frac{4}{3}I' = I_7$

Первый закон Кирхгофа для узлов C и D:

$I_1 = I_A + I_2 \Rightarrow I = I_A + I'$

$I_3 + I_A = I_7 + I_6 \Rightarrow \frac{1}{3}I + I_A = I_7 + \frac{1}{3}I'$

Получим с-му уравнений:

$$\begin{cases} \frac{4}{3}I - \frac{4}{3}I' = I_7 \\ I_A = I - I' \quad (\text{П}) \\ I_7 = \frac{1}{3}I + I_A - \frac{1}{3}I' \end{cases}$$

Отсюда $I_7 = \frac{4}{3}I_A = \frac{4}{3}\cdot 4{,}5 = 6\ A$

2. т.к. на участке цепи AB ток уходит только на R_7. Значит $I_A' - I_B = I_7$ (I_A' - ток через A)

$I_B = I_A' - I_7$

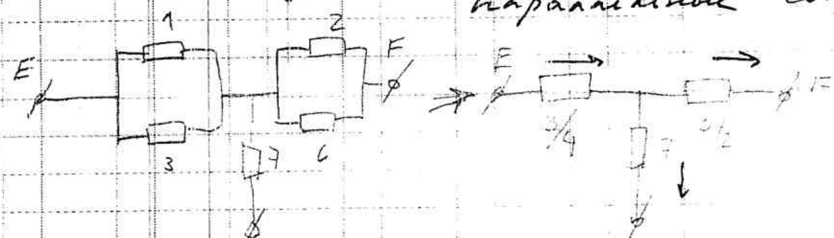
$I_A = I_9 = 14\ A$

$I_B = 14 - 6 = 8A$. $I_B = I_8$

Ответ: $I_7 = 6A$, $I_8 = 8A$

$U_{AB} = U_9 + U_8 + U_{EF} = I_9R_9 + I_8R_8 + U_{EF} = 14\cdot 9 + 8\cdot 8 + U_{EF} =$
$= 126 + 64 + U_{EF} = 190 + U_{EF}$

т.к. $U_1 = U_3$ (см. п. 1 (Δ)), то $\varphi_C = \varphi_D$. Значит, можем соединить эти точки в схеме. Заменим параллельные сопротивл. эквивалентными.



Всероссийская олимпиада школьников
Региональный этап 2020/2021 учебный год

ЛИСТ 5 ИЗ 8 | 10-04
ШИФР (заполняется Оргкомитетом)

$I_{3/4} = I_1 + I_3 = \frac{4}{3} I$

$I_{3/2} = I_2 + I_6 = \frac{4}{3} I'$

$I_7 = 6A$

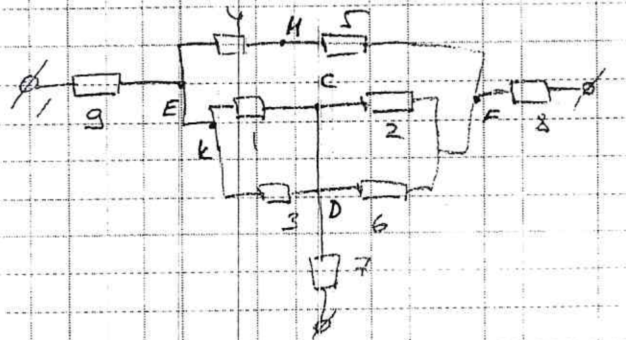
~~Ток распределится обратнопропорционально сопротивлениям.~~

$\cancel{\frac{4}{3} I = \frac{4}{3} I' + I_7}$

$\cancel{\frac{4}{3} I' : I_7 = 7 : \frac{3}{2}}$

$\cancel{\frac{4 I'}{3 I_7} = \frac{14}{3}}$

$\cancel{I' = \frac{14}{4} I_7 = \frac{14 \cdot 6}{4} = 21\ A}$



~~EHF и ECF - параллельные участки цепи. Тогда $U_{EHF} = U_{ECF}$~~

~~$I + 2I = 3I_B$~~

~~U_2 I з-на Кирхгофа для узла k~~

EHF и ECF – паралл. участки цепи. Тогда
$U_{EHF} = U_{ECF}$

$I + 2I' = 9 I_B$ (I_B – ток на EHF) (1)

I з-н Кирхгофа для узла E: $I_9 = I_B + I + \frac{1}{3} I$

$14 = I_B + \frac{4}{3} I$

$I' = -I_A + I = I - I_A$ (см (1))

Подставим в (1)

$9 I_B = I + 2I - 2I_A = 3I - 9$

$$\begin{cases} 9 I_B = 3I - 9 \\ I_B = -\frac{4}{3} I + 14 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I = 3 I_B + 3 \\ I_B = -\frac{4}{3}(3 I_B + 3) + 14 \end{cases}$$

$U_{AB} = 190 + U_{EF} = 208\ В$

$I_B = -4 I_B - 4 + 14$

$5 I_B = 10$

$I_B = 2A.$

Ответ: $U_{AB} = 208\ В$

$U_B = I_B \cdot (R_4 + R_5) = 9 \cdot I_B = 18\ В$

$U_B = \cancel{U_{AB}} = U_{EF}$

$\boxed{№ 4)}$ Из опыта 2:

Пусть c - длина окр. $2c = 8,9$ см

$c = 2\pi R = 4,45$ см

$R = \frac{4,45}{2\pi} \cdot 10^{-2}$ м - ~~радиус~~ внешний радиус

$R \approx 0,7 \cdot 10^{-2}$ м $= 7$ мм

Из опыта 3:

$V = Sh = \pi r^2 \cdot h$

$r = \sqrt{\frac{V}{\pi h}}$

Дано, что $V = 8$ мл $= 10^{-6}$ м^3

$h = 8$ см $= 8 \cdot 10^{-2}$ м

$r = \sqrt{\frac{10^{-6}}{\pi \cdot 10^{-2}}} = \sqrt{\frac{1}{\pi}} \cdot 10^{-2}$ м

$r \approx 0,56 \cdot 10^{-2}$ м $= 5,6$ мм

$\boxed{№ 1:}$

$S = \frac{at^2}{2} = \frac{g \cdot \sin\alpha \cdot t^2}{2}$

(в коорд., где ось x от $(r;r)$ вдоль желоба, а ось y перп. оси x)

$t = \sqrt{\frac{2}{g} \cdot \frac{S}{\sin\alpha}} \Rightarrow t \sim \sqrt{\frac{S}{\sin\alpha}}$

чем больше $\sqrt{\frac{S}{\sin\alpha}}$, тем больше t.

2. Построим графики в координатах $h(V)$ по данной таблице

Из графика $h(V_4)$ заметим, что в начале вода в трубку не поступает.

Также заметим, что мы заливаем 95 мл (при объёме мензурки 100 мл) и уровень воды максимален.

Найдём объём трубки: $V_т = h \cdot S = h \cdot \pi r^2 = h \cdot \pi \cdot \frac{1}{\pi} \cdot 10^{-4} = h \cdot 10^{-4} = 10 \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-4} = 10 \cdot 10^{-6}$ м^3 =

№ 1) Также в с-ме координат $x'Oy'$, где $O - (r;r)$, а x - горизонт:

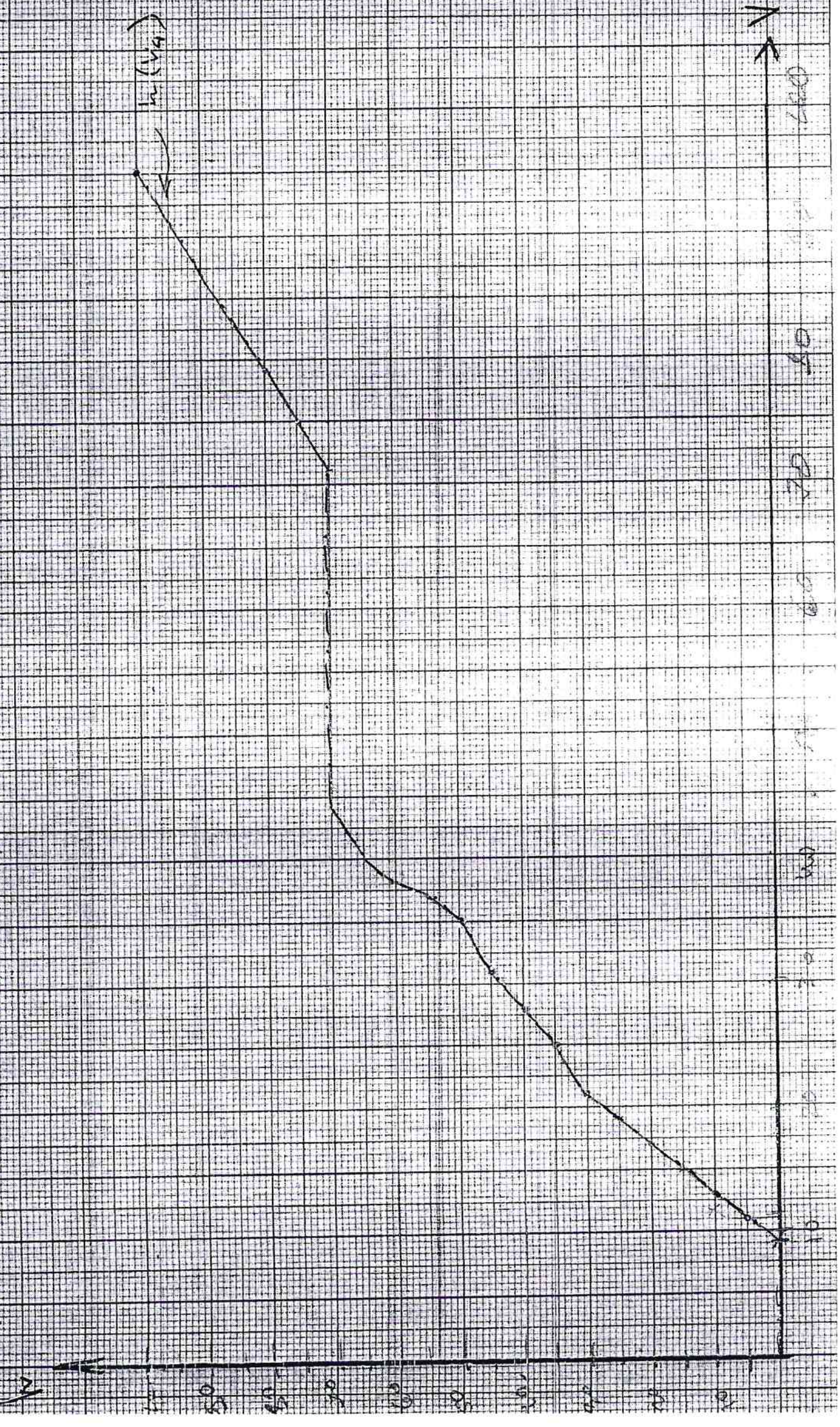
$S = \frac{g \cdot \cos\alpha \cdot t^2}{2}$

$t = \sqrt{\frac{2}{g} \cdot S \cdot \cos\alpha}$

$\frac{t_1}{t} = \sqrt{\frac{S \cdot \cos\alpha \cdot \sin\alpha}{S}} = 1$

$\cos\alpha \cdot \sin\alpha = 1$

10-04
(7 y 8)



10-04
(8 ug 8)