ЛИСТ 1 ИЗ 5 | 10-13 ШИФР (заполняется Оргкомитетом)

3) Масса оболочки шара – всегда константа, ~~так как она просто меняет толщину и растягивается, когда шар надувают~~, так как она нерастяжима и мы потом посчитаем значение для r_{max}.

$m_{об} = S_{пов} \cdot \sigma = 4\pi r^2 \cdot \sigma$

Давление гелия внутри шара зависит от m_{He}, т.к. объем тоже константа и меняется только заполненность шара гелием (то есть ν)

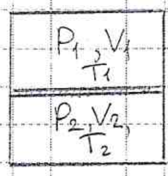
$P_{шара} V_{шара} = \nu R T$ — R — универсальная газовая константа ($\approx 8{,}31$)

$P_{шара} \frac{4\pi r^3}{3} = \frac{m_{He}}{M_{He}} RT$

$P_{шара} = \frac{m_{He} RT \cdot 3}{M_{He} \cdot 4\pi r^3}$

1	2	3	4	Σ
15	2	2	0	19

Известно, что поршень сдвинется вверх, когда давление газа снизу превысит давление сверху (аналогия)

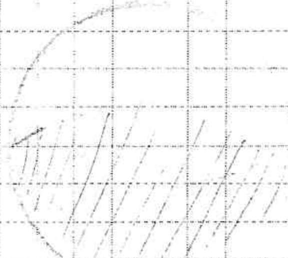


При $P_2 \geq P_1$ поршень ~~сдв~~ сдвинется вверх

Так же и в этой задаче, нужно, чтобы давление внутри шара было больше атмосферного, но не стоит забывать про массу оболочки и самого гелия.

$P_{шара} \geq P_{атм} + X$ – условие подъема

Рассмотрим оболочку



Силы тяжести гелия и оболочки давят только на заштрихованную область. Её площадь $2\pi r^2$, тогда давление гелия вниз как-в-ва равно $P_{He\downarrow} = \frac{m_{He} g}{2\pi r^2}$, а оболочки $P_{об\downarrow} = \frac{\cancel{4}^{2}\cancel{\pi r^2} \sigma g}{\cancel{2\pi r^2}} = 2\sigma g$

Тогда

$$\frac{m_{He} RT \cdot 3}{M_{He} 4\pi r^3} \geq P_0 + \frac{m_{He} g}{2\pi r^2} + 2\sigma g$$

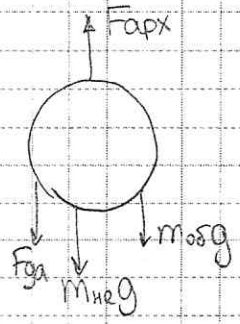
$$\frac{m_{He}(RT \cdot 3)}{M_{He} 4\pi r^3} - \frac{m_{He} g}{2\pi r^2} \geq P_0 + 2\sigma g$$

$$m_{He}\left(\frac{3RT}{M_{He}4\pi r^3}-\frac{g}{2\pi r^2}\right)\geqslant P_0+2\sigma$$

$$m_{He}\geqslant\frac{P_0+2\sigma}{\frac{3RT}{M_{He}4\pi r^3}-\frac{g}{2\pi r^2}}$$

Если масса гелия, σ, r не удовлетворяют этому соотношению, то подъема не будет

Также задачу можно рассматривать через $F_{арх}$



$F_{арх}=\rho_{возд}\,g\,V_{шара}$

$F_{арх}\geqslant m_{He}g+m_{об}g+F_{да}$ ← сила давления атмосферы

$\rho_{возд}V_{шара}\geqslant m_{He}+m_{об}+\frac{F_{да}}{g}$

1) Запишем уравнения движения поезда между I и II, II и III состояниями

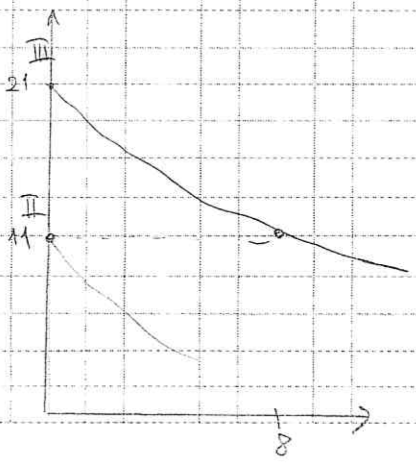
На снимке 1, поезд уже имел какую-то скорость v.
Расстояние между одинаковыми частями паровоза 6 клеток – 6x.

$v\tau+\frac{a\tau^2}{2}=6x$ – от I до II

$(v+a\tau)\tau+\frac{a\tau^2}{2}=10x$ – от II до III

$at^2=4x$ Вычтем из второго первое
$0{,}4\tau^2=4x$
$\tau^2=10x$
$\tau=\sqrt{10x}$ (*)

Теперь запишем уравнение для движения газа дыма, найдем данные для него через интервал между II и III состояниями



Заметим, что столб дыма из начала второго состояния сдвинулся на 8x вправо в третьем, тогда можно записать уравнение

$\overset{2}{\cancel{8}}x=\cancel{4}\cdot\tau$ ← $v_{ветра}$
$2x=\tau$ Подставим τ из (*)
$2x=\sqrt{10x}$ |^2
$4x^{\cancel{2}}=10\cancel{x}$ сократим, т.к. участка длины 0 быть не может
Тогда $x=2{,}5$м

$\tau = \sqrt{10x} = \sqrt{10 \cdot 2{,}5} = 5$ сек – интервал между снимками

Можно найти скорость поезда в момент I

$$v\tau + \frac{a\tau^2}{2} = 6x$$

$$5v + \frac{0{,}4 \cdot 5^2}{2} = 6 \cdot 2{,}5$$

$v = 2$ м/с, тогда I фото тоже было сделано через 5 сек, но уже после старта ($v = a \cdot t$)

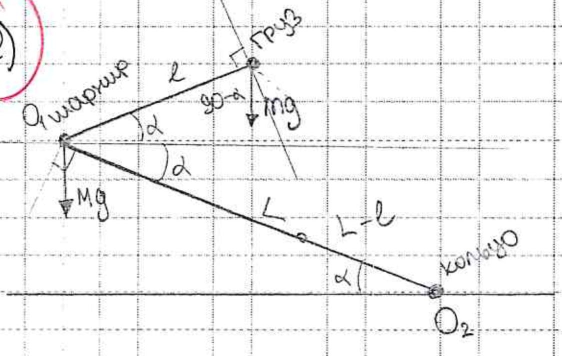
Заметим, что в моменте I труба находится в позиции $5x$, то есть на расстоянии 12,5 м от O.

Рассмотрим, какое расстояние мог пройти поезд, разгоняясь с нуля

$\frac{at^2}{2} = \frac{0{,}4 \cdot 5^2}{2} = 5$ м Тогда поезд (труба поезда) стартовал из позиции $12{,}5 - 5 = 7{,}5$ м (7,5 м от O)

Ответ: $\tau = 5$; $X_{старта} = 7{,}5$ м.

2)



Заметим, что в момент отпускания груз будет двигаться по окружности с радиусом ℓ и центром O_1, а шарнир по окружности с радиусом L и O_2 центром.

И для ответа на вопрос 1 надо найти тангенсальное, нормальное и полное ускорение элементов системы!

$a_\tau = g \cdot \cos_\alpha$ $a_n = g \cdot \sin_\alpha$ $a_{полн} = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} =$

$= \sqrt{g^2 (\underbrace{\cos_\alpha^2 + \sin_\alpha^2}_{1})} = g$ – такое ускорение и у шарнира и у груза, т.к. углы равны

$\frac{v_T^2}{R} = a_{уc} \Rightarrow v_T = \sqrt{a_{уc} R}$ – скорость точки на окружности

Тогда скорость груза $v_г = \sqrt{g \cdot \sin_\alpha \cdot l}$

шарнира $v_ш = \sqrt{g \cdot \sin_\alpha L}$

Будь балка L зафиксирована, необходимо было бы дождаться, пока груз заметёт угол 2α.

$t = \frac{2\alpha \cdot l}{\sqrt{g \cdot \sin_\alpha \cdot l}}$, за это время по вертикали он пройдет $2l \cdot \sin_\alpha$

за это же время точка на расстоянии $L - l$ от O_2 пройдет

$$S = t \cdot v = \frac{2\alpha \cdot l}{\cancel{\sqrt{g \cdot \sin_\alpha \cdot l}}} \cdot \cancel{\sqrt{g \cdot \sin_\alpha}}\sqrt{(L-l)} = \frac{2\alpha \cdot l\sqrt{L-l}}{\sqrt{l}}$$

4) Запишем второй закон Ньютона для падающего конуса в какой-то момент времени

$m_к a_к = m_к g - F_{сопр}$

$m_к a_к = m_к g - KV^n$

$KV^n = m_к g - m_к a_к$

$KV^n = m_к (g - a_к)$

С помощью пары верхних и пары нижних датчиков мы можем определить изменение ускорения.

Для первых: $\frac{a_1 \Delta T^2}{2} = X$ – размер конуса (высота)

$$\frac{a_1 (T_2 - T_1)^2}{2} = X$$

Для нижних $v(T_4 - T_3) + \frac{a_2 (T_4 - T_3)^2}{2} = X$

Также мы можем измерить среднюю скорость движения на участке между фотодатчиками

$$v = S/(T_3 - T_1) = \frac{0{,}23}{T_3 - T_1}$$

$F^{ср}_{сопр} = kV^n = k\left(\frac{S}{T_3 - T_1}\right)^n$ $\quad F^{ср}_{сопр} = mg - ma_{ср}$

Также $v_0 t + \frac{a_{ср} t^2}{2} = S$

v_0 — скорость при подлете к первому датчику

~~$v_0 = g$~~ $\frac{gt^2}{2} = 65$ см — так мы приметно можем узнать v_0

$\frac{gt^2}{2} = 0,65$

$9,8\,t^2 = 1,3$

$t^2 = 0,13$

$t = 0,36$ сек

$v_0 = g \cdot t = 9,8 \cdot 0,36 = 3,5$ м/с

$3,5\text{ м/с} \cdot t + \frac{a_{ср} t^2}{2} = S$

$7 \cdot t + a_{ср} t^2 = 2S$

$a_{ср} t^2 = 2S / (7t)$

$a_{ср} t^2 = \frac{2S}{7t}$

$a_{ср} t^3 = \frac{2}{7} S \quad S = 23\text{ см} = 0,23\text{ м}$

$a_{ср} t^3 = 0,066 \quad t = (T_3 - T_1)_{средние}$

Теперь можно искать ускорения по полученным данным

$a_{ср1} = \frac{0,066}{t^3} = \frac{0,066}{211^3} = \frac{0,066}{\underbrace{9393931}_{(0,372-0,161)^3}} = \cancel{1 \cdot 10^{-8}\text{ м/с}} \quad \frac{0,066}{0,009393931} = 7,02$ м/с

$F_{ср.сопр_1} = mg - ma_{ср_1} = 0,000533(9,8 - 7,02) = 0,0014$ Н

$F_{ср.сопр_2} = m_2 g - m_2 a_{ср_2} = m_2(9,8 - 7,89) = 0,001146$ Н

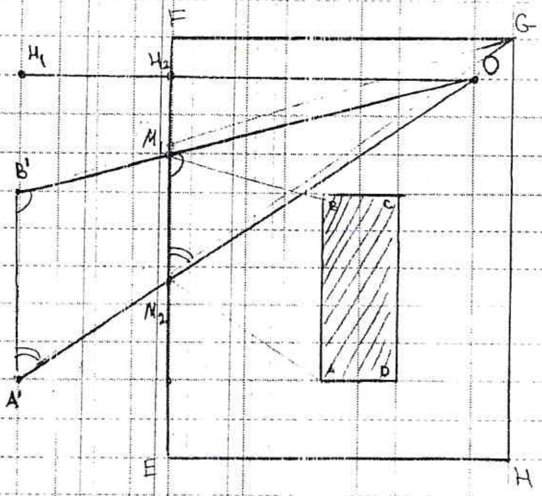
$F_{ср.сопр_3} = m_2(9,8 - 11,31) = 0,007(-1,51) = -0,01057$

Всероссийская олимпиада школьников
Региональный этап 2020/2021 учебный год

ЛИСТ 1 ИЗ 6	10-13
	ШИФР (заполняется Оргкомитетом)

2.10.3

1) Зеркало нужно расположить на стене FE, ~~т.к. зеркало отражает то, что находится перед ним.~~ Расположим его так, чтобы было видно всю стену AB согласно законам отражения.



Пусть изначально вся стена FE – зеркало A'B' тогда – проекция AB в зазеркалье" Она строится по правилам" $\rho(FE;AB)=\rho(FE;A'B')$ и A'B' с AB по разные стороны от FE. Проведем OB' и OA' – лучи света, если они доходят до FE без препятствий, значит нам видно AB (угол падения = угол отражения), $B'M_1=M_1B$ $A'M_2=AM_2$.

Чтобы минимизировать размеры зеркала, нужно уменьшить „область видимости" через него. Сделаем так, чтобы из т. O в зеркале было видно только AB. Это мы и сделаем, если зеркало будет M_1M_2, т.к. в зазеркалье его из т. O видно только AB.

Сделаем расчет размеров зеркала через геометрию.

$\triangle OB'A' \sim \triangle OM_1M_2$ по двум углам

$\frac{M_1M_2}{A'B'}=\frac{OH_2}{OH_1}$ – высота в OM_1M_2 – высота в $OB'A'$

$\frac{X}{50}=\frac{80}{120}$ $120X=4000$ $X=33\frac{1}{3}$м – размер зеркала

1	2	3	4	Σ
2	1	8	0	11

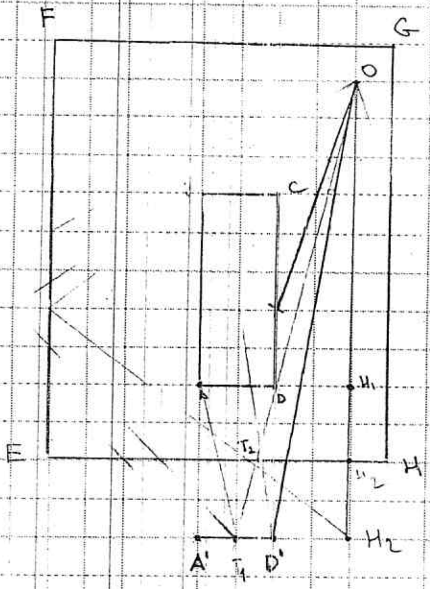
Аналогично из подобия OHM_1 и OH_1B' найдем HM_1, прибавим FH=10 и найдем точное расположение зеркала.

$\frac{HM_1}{H_1B'}=\frac{OH_2}{OH_1}$ $\frac{X}{30}=\frac{80}{120}$ $X=20$, тогда $FM_1=30$м

Всероссийская олимпиада школьников
Региональный этап 2020/2021 учебный год

ЛИСТ 2 ИЗ 6	10-13
	ШИФР (заполняется Оргкомитетом)

2) Вопросы 3 и 4



Сделаем проекцию AD в зазеркалье EH, Проведем OA' и OD' и заметим, что на пути OA' есть склад, который мешает полному обзору. Тогда полностью стену AD из точки O увидеть нельзя, одного зеркала мало.

Проведем тогда OD, чтобы понять, что мы максимум увидим из одного зеркала на EH. $OD \cap A'D' = T_1$

Вычислим T_1D'

~~$\Delta DOH_1 \sim D'OH_2$ по 2ум углам~~

$\Delta T_1OH_2 \sim \Delta DOH_1$

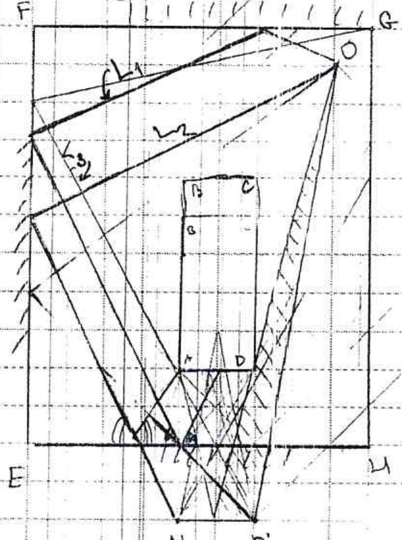
$\frac{T_1H_2}{DH_1} = \frac{OH_1}{OH_2}$ $\quad \frac{X}{20} = \frac{\cancel{80}\,120}{\cancel{120}\,80}$ $\quad X = 30м - T_1H_2$

$T_1H_2 - D'H_2 = 30 - 20 = 10 - T_1D'$ — мы видим половину AD

~~Тогда повесим зеркало на EF, чтобы видеть вторую половину~~

На GH вешать одно зеркало бесполезно, т.к. из-за склада отражение A'D' не будет видно полностью, одно на FE тоже нельзя по той же причине.

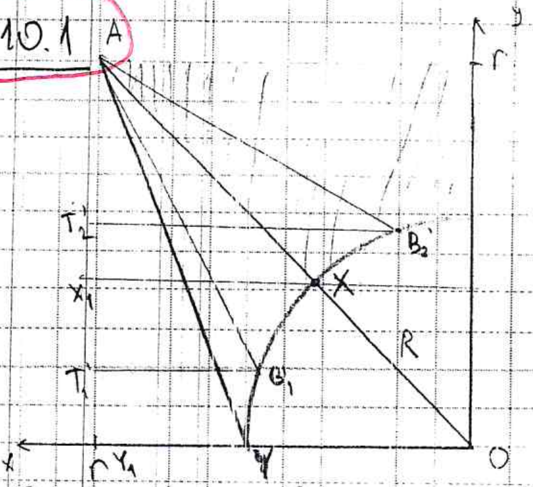
Тогда можно повесить зеркало на AD, посмотрим, что будет
Полностью видно не будет



Можем повесить зеркало на FG и на FE, тогда мы сможем наблюдать левую половину AD. (лучи L_1 и L_2)
А правую наблюдаем так же как и до этого

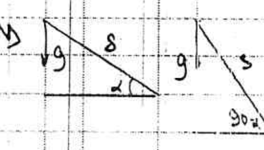
Меньше зеркал, чем 3 нельзя, т.к. правую часть мы можем наблюдать только через зеркало на EH, а левую мы не сможем увидеть через одно зеркало т.к. пустив луч L_3 он не будет виден наблюдателю, т.к. не попадает в него

2.10.1



Заметим, что в заштрихованной части рисунка нет смысла выбирать точку B, т.к. в нижней части рисунка можно выбрать симметричную точку относительно AO и ускорение там будет больше, т.к. $\sin(\angle AB_1'T_1') > \sin(\angle AB_2'T_2')$, и в таком случае расстояния одинаковы, а проекция ускорения на S больше в нижней части, тогда и шарик там скатится быстрее.

Тогда стоит рассмотреть движение по AX (т.к. там самое маленькое расстояние) и по AY (там самое большое ускорение)



$$\frac{g\cdot\cos_\alpha\cdot t^2}{2}=S \quad и \quad \frac{g\cdot\cos_{90-\alpha}\cdot t^2}{2}=S$$

$$t_{прав}=\sqrt{\frac{2S}{g}}\sqrt{\frac{1}{\cos_\alpha}} < t_{лев}=\sqrt{\frac{2S}{g}}\sqrt{\frac{1}{\cos(90-\alpha)}}$$

т.к. cos больше

Рассмотрим движение по AX

$AX = AO - XO = \sqrt{2}r - R$ $\quad \angle AXX_1 = 45°$, т.к. AO - диагональ квадрата, тогда ускорение равно $g\cdot\cos(45°) = \frac{g\cdot\sqrt{2}}{2}$

$$\frac{at^2}{2}=S \qquad \frac{\left(\frac{g\cdot\sqrt{2}}{2}\right)\cdot t^2}{2}=\sqrt{2}r-R$$

$$\frac{g}{2\sqrt{2}}\cdot t^2=(\sqrt{2}r-R)$$

$$t^2=\frac{(\sqrt{2}r-R)\cdot 2\sqrt{2}}{g}$$

$$t^2=\frac{2r-2\sqrt{2}R}{g}=\frac{2(r-\sqrt{2}R)}{g} \qquad t=\cancel{\sqrt{\ }}=\sqrt{\frac{2}{g}}\sqrt{r-\sqrt{2}R}$$

Движение по AY

$$AY = \sqrt{r^2 + \cancel{R} + (r-R)^2} = \sqrt{r^2 + r^2 - 2rR + R^2} = \sqrt{2r^2 - R(2r - R)}$$

Ускорение по AY

$$\cancel{\sin(\angle Y_1 Y A) = \frac{r-R}{\sqrt{r^2+(r-R)^2}} \quad a = g\cdot\frac{r-R}{\sqrt{r^2+(r-R)^2}}}$$

$$\cancel{\frac{at^2}{2} = AY \quad \frac{g\cdot\frac{r-R}{\sqrt{r^2+(r-R)^2}}\cdot t^2}{2} = \sqrt{r^2+(r-R)^2}}$$

$$\cancel{\frac{g(r-R)}{\sqrt{r^2+(r-R)^2}}\, t^2 = 2\sqrt{r^2+(r-R)^2}}$$

$$\cancel{t^2 = 2\sqrt{r^2+(r-R)^2}}$$

$$\sin(\angle Y_1 Y A) = \frac{r-R}{\sqrt{r^2+(r-R)^2}} \qquad a = \frac{g\cdot(r-R)}{\sqrt{r^2+(r-R)^2}}$$

$$\frac{at^2}{2} = S \qquad \frac{g(r-R)}{\sqrt{r^2+(r-R)^2}}\, t^2 = 2\sqrt{r^2+(r-R)^2}$$

$$t^2 = \frac{2\sqrt{r^2+(r-R)^2}\,\sqrt{r^2+(r-R)^2}}{g(r-R)}$$

$$t^2 = \frac{2\left(r^2+(r-R)^2\right)}{g(r-R)} \qquad t_{AY} = \sqrt{\frac{2}{g}}\sqrt{\frac{r^2+(r-R)^2}{r-R}}$$

Сравним полученные времена

$$t_{AX} = \sqrt{\frac{2}{g}}\sqrt{r-\sqrt{2}R} \qquad t_{AY} = \sqrt{\frac{2}{g}}\sqrt{\frac{r^2+(r-R)^2}{r-R}}$$

Сократим совпадающие части, осталось $\sqrt{r-\sqrt{2}R}$ и $\sqrt{\frac{r^2+(r-R)^2}{r-R}}$

$t_{AX} \cdot t_{AY}$ неравенство

Всероссийская олимпиада школьников
Региональный этап 2020/2021 учебный год

ЛИСТ 5 ИЗ 6	10 – 13
	ШИФР (заполняется Оргкомитетом)

$\sqrt{r-\sqrt{2}R} \cdot \sqrt{\dfrac{r^2+(r-R)^2}{r-R}}$ | Время не м. б. <0, возведем в 2ую ст

$r-\sqrt{2}R \cdot \dfrac{r^2+(r-R)^2}{r-R}$ | домножим на $r-R>0$

$(r-R)(r-\sqrt{2}R) \cdot r^2+(r-R)^2$

$\cancel{r^2}-\sqrt{2}Rr-\cancel{Rr}+\sqrt{2}R^2 \cdot \cancel{r^2}+r^2-\cancel{2}Rr+R^2$

$\sqrt{2}R(R-r) \cdot r-Rr+R^2$

$\cancel{\sqrt{2}R}$

$\sqrt{2}R^2-\sqrt{2}Rr \cdot r-Rr+R^2$

$\sqrt{2}R^2-R^2 \cdot r+\sqrt{2}Rr-Rr$

$R^2(\sqrt{2}-1) \cdot \cancel{\sqrt{2}}Rr(\sqrt{2}-1)+r$

Т.к. $R^2<Rr$ $(R<r)$, то $R^2(\sqrt{2}-1)<Rr(\sqrt{2}-1)+r$, т.к. тогда $R^2(\sqrt{2}-1)<Rr(\sqrt{2}-1)$, так еще и в правой части r.

t_{AX} – наименьшее время.

$t_{AX}=\sqrt{\dfrac{2}{g}}\sqrt{r-\sqrt{2}R}$ – Ответ (t_{AB})

2.10.2

R_{124536} на пути к В из А равно

$\dfrac{1}{R_{общ}}=\dfrac{1}{R_1+R_2}+\dfrac{1}{R_4+R_5}+\dfrac{1}{R_3+R_6}$

$\dfrac{1}{R_0}=\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{9}+\dfrac{1}{9}$

$\dfrac{1}{R_0}=\dfrac{5}{9}$ $R_0=1,8$ Ом

Также $I_9=I_8+I_7$, т.к. ток никуда не девается

~~$U_{124536}=I_{10}\cdot R_0=14\cdot 1,8=25,2$ Ом~~

т.к. он весь ~~теч. течет~~

Также $I_8 = \underbrace{I_4 + I_2 + I_6}_{} = I_4 + I_1 + I_3 - I_7$ симметрия

Т.к. $R_1 R_6 = R_2 R_3$, то ток, идущий через амперметр идет напрямую в R_7 ~~~~ а не перетекает из $R_1 R_2$ в $R_3 R_6$. $I_7 = 4,5$; тогда $I_8 = \underbrace{I_4 + I_1 + I_3}_{I_{общ}} - I_7 = 14,A - 4,5A = 9,5A$

$U_9 = 14 \cdot 9 = 126$ В $U_8 = 9,5 \cdot 8 = 76$. I_8 все время шел по $R_1\ R_2\ R_4\ R_5\ R_3\ R_6$,

значит $U_{124536} = I_8 \cdot R_0 = 17,1$

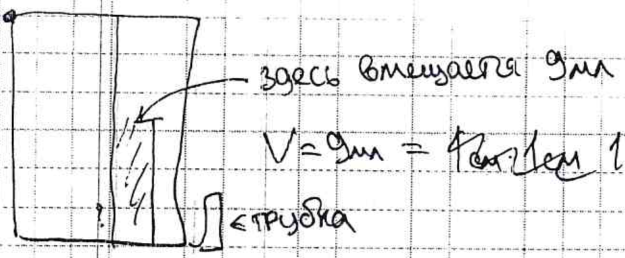
$U_{AB} = U_9 + U_8 + U_{12...6} = 126 + 76 + 17,1 = 219,1$ В

сущ.

2.10.4

Из 3го опыта делаем вывод, что перегородка от верхней части коробки до куда-то, т.к. воде что-то мешало вылиться

Из опыта 4 делаем вывод, что последний столбик перед ~~дру~~ трубкой может удерживать 9 мл жидкости, то есть



$V = 9мл = \cancel{4см \cdot 1см}\ 10 \cdot 10 \cdot x$

Последняя перегородка идет от низа! ~~~~