

10 ≈ -10 > 1

11-02



Всероссийская олимпиада школьников по экономике

Региональный этап

2020/2021 год

Первый тур. Тест.

Конкурс 9 класс 10 класс 11 класс
закрасьте кружочек

Образец заполнения:
1. 1) 2)
6. 1) 2) 3) 4)
11. 1) 2) 3) 4)
16. _____ 123

Исправления не допускаются

Задание 1

- 1.1. 1) 2)
- 1.2. 1) 2)
- 1.3. 1) 2)
- 1.4. 1) 2)
- 1.5. 1) 2)

Задание 2

- 2.1. 1) 2) 3) 4)
- 2.2. 1) 2) 3) 4)
- 2.3. 1) 2) 3) 4)
- 2.4. 1) 2) 3) 4)
- 2.5. 1) 2) 3) 4)

Задание 3

- 3.1. 1) 2) 3) 4)
- 3.2. 1) 2) 3) 4)
- 3.3. 1) 2) 3) 4)
- 3.4. 1) 2) 3) 4)
- 3.5. 1) 2) 3) 4)

Задание 4

- 4.1. 100
- 4.2. 63
- 4.3. 1/3
- 4.4. 0
- 4.5. 2100

Пометки в квадратах делать запрещено

20



Всероссийская олимпиада
школьников по экономике

Региональный этап

2020/2021 год

Второй тур. Задачи

Количество задач	4
Сумма баллов	120
Время написания	140 минут
Конкурс <i>закрасьте кружочек</i>	<input type="radio"/> 9 класс
	<input type="radio"/> 10 класс
	<input checked="" type="radio"/> 11 класс

*Используйте для записи решений
только отведенное для каждого задания место.
В случае необходимости попросите дополнительный лист.
Не пишите на листах решений свое имя, фамилию
или другие сведения, которые могут указывать
на авторство работы.*

Задание	5	6	7	8	Сумма
Баллы	30	20	22	1	73
	<i>[Signature]</i>	<i>[Signature]</i>	<i>[Signature]</i>		<i>[Signature]</i>

Все поля таблицы заполняются жюри.

Задание 5

а) Цена в рыночной среде $D(p) = 40 - p$
 В долгосрочном равновесии фирма выбирает такую цену и
 выпуск, когда $P = AC_{min}$.

Т.к. в случае, если $Q=0$, $\pi=0 \Rightarrow TR(Q=0)=0$ и $TC(Q=0)=0$

\Rightarrow постоянных издержек фирма не несет (есть только переменные)

$\Rightarrow LTC = q^2 + 4$ (LTC - долгоср. издержки)

$\Rightarrow AC = \frac{q^2 + 4}{q} = q + \frac{4}{q} \rightarrow \min$ ✓

Согласно неравенству о средних, $q + \frac{4}{q} \geq 2\sqrt{q \cdot \frac{4}{q}}$

\Rightarrow минимум достигается при q $AC = 2\sqrt{q \cdot \frac{4}{q}}$ ✓

$\rightarrow AC_{min} = 2 \cdot \sqrt{q \cdot \frac{4}{q}} = 2\sqrt{4} = 2 \cdot 2 = 4$, $q^* = 2$ ✓

\Rightarrow В долгосрочном равновесии $P = 4$ ✓

\rightarrow В точке по данной цене захотят купить: $Q = 40 - 4 = 36$
 (Q - совокупный выпуск, N - кол-во фирм и q - выпуск 1 фирмы)

$\rightarrow N = \frac{Q}{q} = \frac{36}{2} = 18$ ✓

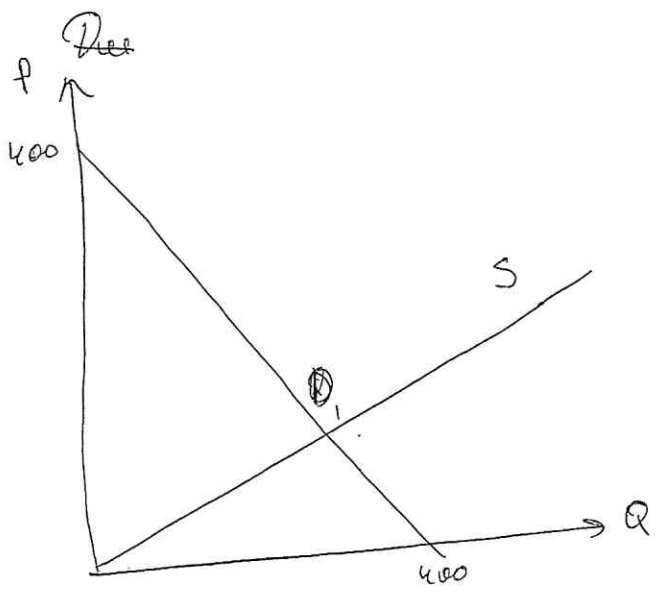
Ответ: $P=4$, $Q=36$, $q=2$, $N=18$ ✓

б) \Rightarrow кол-во фирм = 18.

Найдём индивидуальное предложение каждой фирмы через прибыль:
 $\pi = PQ - TR - TC = PQ - q^2 - 4 \Rightarrow \max q$

Это парабола, ветви вниз \Rightarrow максимум π достигается в вершине, т.е.

при $q^* = \frac{P}{2}$. Это и есть индивидуальное предложение каждой фирмы.
 Рыночное предложение будет равно сумме всех индивидуальных (т.к. издержки у фирмы не отличаются) $\Rightarrow Q^s = N \cdot q^* = 18 \cdot \frac{P}{2} = 9P$ ✓
 Рыночное предложение: $Q^s = \frac{9}{2}P$ ✓



$$Q^D(P) = 400 - P$$

$$Q^S(P) = 6,5P$$

Равновесие на рынке достигается при пересечении спроса и предложения, т.е. спрос-прямая с отриц. наклоном, а предложение-прямая с положительным наклоном, то уравнение равновесия:

$$Q^D = Q^S$$

$$400 - P = 6,5P \Rightarrow 7,5P = 400 \Rightarrow P = \frac{400}{7,5} = \frac{400 \cdot 2}{15} = \frac{800}{15} = \frac{160}{3}$$

$$\Rightarrow Q = \frac{13}{2} \cdot \frac{160}{3} = \frac{1040}{3}$$

$$400 - P = 9P \Rightarrow 10P = 400 \Rightarrow P^* = 40$$

$$Q(P^*) = 400 - 40 = 360$$

Ответ: $P=40, Q=360$ ✓

+6

в) т.к. издержки не помещаются \Rightarrow анализировать выходы в н.д. ✓

$P = AC_{min} = 4, P' = 2$ ✓
 при данной цене выпуск равен
 $\Rightarrow Q = 400 - 4 = 396$ ✓

$$N = \frac{Q}{q} = \frac{396}{2} = 198$$

Ответ: 198 фирм ✓

10

Задание 6

$\pi(\text{без налогов}) = P \cdot Q - TC = (15 - Q)Q - 5Q = 10Q - 5Q^2$

а) Если фирма не будет ущемлена от налогов, то её прибыль составит:

$\pi_p = 0,8 \pi_x$ (π_p - потенциальная прибыль, π_x - потенциальная прибыль (без налогов))

~~$\pi_p = 0,8 \pi_x$~~ Но можно определить обратную функ. спроса. $\Rightarrow P = 15 - Q$

т.к. рынок является монополией \Rightarrow фирма - монополист обладает рын. властью и может воздерживаться на цену \Rightarrow ~~прибыль~~ выручка формируется от обратной функ. спроса.

т.к. $AC = 5$ (по ген.) $\Rightarrow TC = AC \cdot Q = 5Q$

$\Rightarrow \pi_x = 0,8(P - TC) = 0,8(15 - Q)Q - 5Q = 0,8(15Q - Q^2) - 5Q = 12Q - 0,8Q^2 - 5Q = 7Q - 0,8Q^2 \rightarrow \max_Q$

Это парабола, ветки вниз \rightarrow она максимум достигнет $\frac{d}{dx} (7Q - 0,8Q^2) = 7 - 1,6Q = 0 \Rightarrow Q = 4,375$

в вершине, т.е. при $Q^* = 4,375$ $Q^* = \frac{7}{1,6} = 4,375$
 Мы нашли равно весный выкуп, который подставим в функ. π и найдём максимальную π прибыль:

~~$\pi_x = 10Q^* - 5Q^{*2} = 10 \cdot 4,375 - 5 \cdot 19,14 = 43,75 - 95,7 = -51,95$~~ $\pi_x = 7Q^* - 0,8Q^{*2} = 7 \cdot 4,375 - 0,8 \cdot 19,14 = 30,625 - 15,312 = 15,312$

но ~~теперь~~ прибыль (потенциальная) будет равна 20

65 Ответ: 20
 б) Прибыль ~~теперь~~ (т.е. та, на которую будет наложен налог в случае ущемления) будет равна ~~$\pi_x = 10Q - Q^2 - x$~~ $\pi_x = 10Q - Q^2 - x$ (прибыль запов не берём, так как подробно это оговорено в пункте а))

Но фирма понесёт τ доп. издержки в $0,01x^2$. Запишем теперь функ. π и найдём оптимальные данные

$\pi = 0,8(10Q - Q^2 - x) - 0,01x^2 \rightarrow \max_Q$ 25

Это парабола, ветки вниз \Rightarrow максимум π достигается в вершине, т.е. при $Q^* = \frac{d}{dQ} (10Q - Q^2 - x) = 10 - 2Q = 0 \Rightarrow Q = 5$. Это оптимальный выкуп. Подставим его в функ. π и найдём оптимальный x .

$\pi = 0,8(10 \cdot 5 - 5^2 - x) - 0,01x^2 = 0,8(25 - x) - 0,01x^2 \rightarrow \max$

Это пара двойка, чтобы найти максимум го...
 при $x^* = \frac{100}{0,01 \cdot 2} = 40 \leftarrow$ оптимальное x .

Теперь найдём прибыль фирмы с имеющимися данными:

$\pi = 0,8(25 - 40) - 0,01 \cdot 40$

Прибыль, облаваемая налогом, получится отрицательной \Rightarrow надо не платить подоход. В таком случае ~~не следует~~ неразумно тратить так много ф.ед. на то, что рациональнее потратить столько x , чтобы π , облаваемая налогом была равна 0, т.е. $\pi_0 = x \Rightarrow 25 = x$

$\Rightarrow x = 25$. Тогда $\pi = 0,8(25 - 25) - 0,01 \cdot 25 \Rightarrow$ фирма угадала максимум прибыли \Rightarrow прибыль ~~ниже~~

\Rightarrow тогда $\pi = P \cdot Q - TC - 0,01x^2 = 10Q - Q^2 - 0,01 \cdot 25 \rightarrow \max Q$

Парадокси, чтобы найти максимум го... в фирме, т.е. π
 посчитаем функцию π с теми имеющимися данными.

при $Q^* = \frac{10}{2} = 5 \leftarrow$ оптимальное Q , которое мы подставляем в функ. π и получаем функцию π с теми имеющимися данными.
 $\Rightarrow \pi_2 = 10 \cdot 5 - 5^2 - 0,01 \cdot 25 = 50 - 25 - 0,25 = 24,75$
 Ответ: 24,75

В) по данному виду, $T \rightarrow \max$, ~~найти~~ найти все возможные значения π

$\Rightarrow T \leq \pi \Rightarrow \max$

Так как π знает об увеличении \Rightarrow она знает и функ. π фирмы, выберет оптимальную ставку T

~~$T = t(100 - 0,01x^2)$~~ $\pi = (1-t)(10Q - Q^2 - x) - 0,01x^2 \rightarrow \max Q$ 45

по парадоксу, чтобы найти максимум го... в фирме, т.е. при $Q^* = \frac{(1-t) \cdot 10}{2} = 5(1-t) \leftarrow$ оптимальное $Q \Rightarrow$ подставляем его в функ. π 15

$\pi = (1-t)(10 \cdot 5(1-t) - (5(1-t))^2 - x) - 0,01x^2 = (1-t)(50 - 25t - 25 + 50t - 25t^2 - x) - 0,01x^2$
 $= (1-t)(25 - 25t^2 - x) - 0,01x^2 = 25 - 25t^2 - x - 25t + 25t^3 + tx - 0,01x^2 =$ 15

$\Rightarrow 25t^3 - 25t^2 - 2t + 25 + tx - x - 0,01x^2 \rightarrow \max x$
 Парадокси, чтобы найти максимум го... в фирме, т.е. при

$x^* = \frac{(1-t)}{0,01 \cdot 2} = \frac{1-t}{0,02} = \frac{100 - 100t}{2} = 50 - 50t$

Задание 7

Фун. потребление имеет вид: $C = C_a + mpe \cdot Y_d$, $C_a(\text{ноуен}) = 10$, $mpe = \frac{2}{3}$

$\Rightarrow C = 10 + \frac{2}{3} Y_d$. Располагаемый доход равен получаемому доходу минус
налоговые выплаты, т.е. $Y - t = Y_d \Rightarrow t(\text{ноуен}) = 25\% \Rightarrow Y_d = (1 - 0,25)Y = 0,75Y$

$\Rightarrow C = 10 + \frac{2}{3} \cdot 0,75Y = 10 + \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} Y = 10 + 0,5Y \leftarrow \text{фун. потребление}$

1. Для пот. ВВП:
а) В закрытой экономике ВВП измеряется как:

$$Y = C + I + G \quad \leftarrow \text{ноуен} \quad 45$$

$$Y = 10 + 0,5Y + 40 + G \quad 45$$

$$\frac{1}{2} Y = 50 + G$$

$Y = 100 + 2G = 300$ (т.к. ноуен. гос-во хочет добиться пот. ВВП, равного 300)

$$\Rightarrow 100 + 2G = 300 \Rightarrow 2G = 200 \Rightarrow G = 100 \quad 45$$

Ответ: для достижения пот. ВВП госзакупки должны быть равны 100

2. Для сбалансированного бюджета:

Гос. бюджет будет сбалансирован, если $G = T$, где G - госзакупки, T - на
сборы. ~~где $T = t \cdot Y = 0,25Y$~~

$$\Rightarrow G = 0,25Y$$

$$Y = 10 + 0,5Y + 40 + G \quad 45$$

Решив эту систему и узнаем ВВП и госзакупки

$$\Rightarrow Y = 10 + 0,5Y + 40 + 0,25Y$$

$$0,25Y = 50$$

$$Y = 4 \cdot 50 = 200$$

$$\Rightarrow T = 0,25 \cdot Y = 0,25 \cdot 200 = 50 \Rightarrow G = T = 50 \quad 45$$

Ответ: госзакупки тогда должны быть равны 50.

5) 7 Аналитический метод

11-02

$$V = 100 + 2G$$

$$\begin{cases} V = 50 + 0,5Y + G \\ G = 1Y \leftarrow \text{проверка } S = G - 1Y = G - 0,25Y \\ L = (Y + V)^2 + 4 \cdot S^2 \rightarrow \min, \text{ з.з.} \end{cases}$$

Решим данную систему, сначала рассмотрим з.з.

проверка в круге!

$$\begin{aligned} V &= 50 + 0,5Y - 0,5Y + G \\ V &= 50 + 0,5Y - 0,5G + G \\ \frac{1}{2}V &= 50 + \frac{1}{2}G \\ V &= 100 + G \\ V &= 50 + 0,5 \cdot \frac{1}{2}V + G \\ V &= 50 + \frac{1}{4}V + G \\ V &= 100 + 2G \\ G &= 0,25V = \frac{1}{4}(100 + 2G) = 25 + \end{aligned}$$

Самым удобным параметром (S) равно $G = 1Y$. Подставим это в формулу потерь

$$\rightarrow L = (100 - G + 300)^2 + 4 \cdot (G - 1Y) \rightarrow \min G$$

$$L = (100 + 2G + 300)^2 + 4(G - 1Y)$$

$$L = (400 + G)^2 + 4(G - 0,25Y), \text{ т.к. } G = 0,25Y \Rightarrow S = 0$$

$$\rightarrow L = (400 + G)^2 + 4 \cdot 0 \rightarrow \min$$

$$L = 1600 + 800G + G^2 \rightarrow \min$$

парабола, ветки вверх \rightarrow минимум достигается в вершине, т.е. при

$$G^* = \frac{-800}{2} = -400 \quad 25$$

Ответ: $G = 400$

$$Y = 50 + 0,5Y + G, S = G - 0,25Y$$

$$L = (50 + 0,5Y + G)^2 + 4(G - 0,25Y) = 2500 + 125Y + 50G + 25Y + 0,25Y^2 + 0,5YG + 50G + 95Y + G + 4G - Y =$$

$$49Y + 54G + 2500 + YG + 0,25Y^2 + G^2 \rightarrow \min$$

Это парабола, ветки вверх \rightarrow минимум достигается в вершине, т.е. при $Y = \frac{49 + G}{0,5} = 98 + 2G$

$$\text{подставим в формулу } L \text{ и найдём } G^* \\ 49(98 + 2G) + 54G + 2500 + (98 + 2G)G + 0,25(98 + 2G)^2 + G^2 = 49 \cdot 98 + (49 \cdot 2 + 54 + 98 +$$

Задание 8

а) АК Физ это по электрону на АК_x 2 линии

$$AK_{x_1} = (y_1)' = (4 - x_1^2)' = -2x_1$$

$$AK_{x_2} = (y_2)' = \left(2 - \frac{x_2^2}{8}\right)' = -\frac{1}{4}x_2$$

Если $x=3$, то $AK_{x_1} = x_1 = x_2$, то $AK_{x_1} < AK_{x_2}$ (т.к. $\frac{1}{4}x_2 < 2x_1$)

⇒ Т.к. $x_{1, \max} = 2$, а $x_{2, \max} = 4$, то произведем на 1 линии все $x(3)$ не может.

Если $x_1 = 1, x_2 = 2$, то $y_1 = 3, y_2 = 1.5$

Если $x_1 = 2, x_2 = 1$, то $y_1 = 0, y_2 = \frac{\pi}{8} > 1.5$

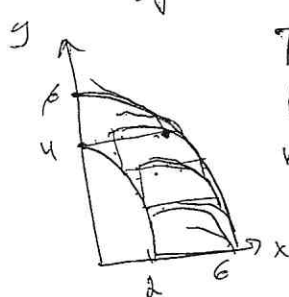
Если $x_1 = 0, x_2 = 3$, то $y_1 = 4, y_2 = \frac{7}{8}$

б) Пункты (а) и (б) имеют место тогда, если старшая постройку суммарную КП
 Т.к. обе КПВ-параболы, то суммарная также будет иметь вид параболы,
 т.к. АК постепенно будут приравниваться, т.е. на основе они будут
 постепенно «перекрывать» и одно изделие на другое при этом.
 произведем ⇒ КПВ имеет вид:

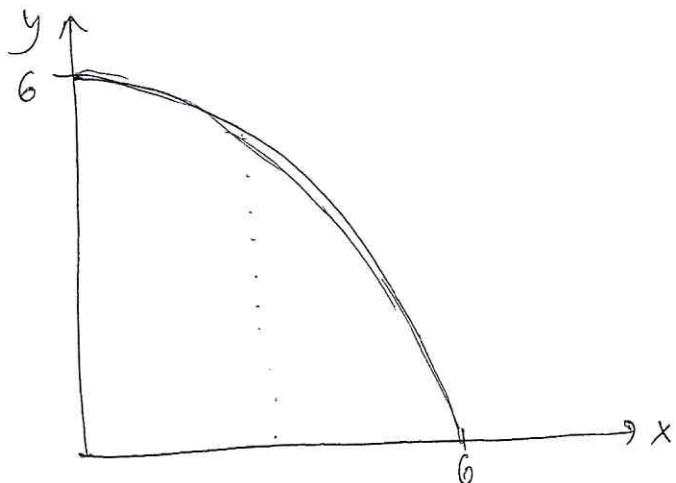
$$y_{\max} = y_{\max 1} + y_{\max 2} = 4 + 2 = 6$$

$$x_{\max 1} + x_{\max 2} = 2 + 4 = 6 = x_{\max}$$

Такой же результат можно получить используя векторный метод:



Т.е. особенно «наглядно»
 КПВ₂ на границу КПВ₁
 получаем много точек,
 соединив которые получим
 аналогично КПВ



КПВ имеет вид центра круга ⇒ КПВ: $x^2 + y^2 = 36$

⇒ ~~$y = 6 - x^2$~~ ~~$y = 6 - x^2$~~ ⇒ ~~$y = 6 - x^2$~~

а) суммарная КПВ: $x^2 + y^2 = 36 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow 3^2 + y^2 = 36 \Rightarrow y^2 = 36 - 9 = 27$

⇒ $y = 3\sqrt{3}$

б) По цел. $x = 5 \Rightarrow x^2 + y^2 = 36 \Rightarrow y^2 = 36 - 25 = 11 \Rightarrow y = \sqrt{11}$

Задача 6. (про функцию)

Мы получим оптимальное x в зависимости от t , что также является функцией π , чтобы найти π от t

$$\begin{aligned} \pi(t) &= 25t^3 - 25t^2 - 25t + 25 + t(50 - 50t) - 50 + 50t - 0,01(50 - 50t)^2 \\ &= 25t^3 - 25t^2 - 25t + 25 + 50t - 50t^2 - 50 + 50t - 0,01(2500 - 5000t + 2500t^2) \\ &= 25t^3 - 100t^2 + 125t - 50 \end{aligned}$$

$$T = \pi(t) = 25t^4 - 100t^3 + 125t^2 - 50t \Rightarrow \pi'(t) = 100t^3 - 300t^2 + 250t - 50 \rightarrow \max$$

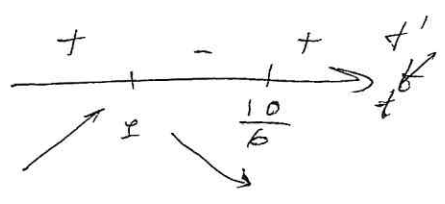
$$t=0 \quad 25t^3 - 100t^2 + 125t - 50 \rightarrow \max_t$$

$$75t^2 - 200t + 125 = 0$$

$$3t^2 - 8t + 5 = 0$$

$$D = 64 - 60 = 4 = 2^2$$

$$t_1 = \frac{8+2}{6} = \frac{10}{6} \quad t_2 = \frac{8-2}{6} = 1$$



\Rightarrow max максимум T при $t=1$

Число будет в момент