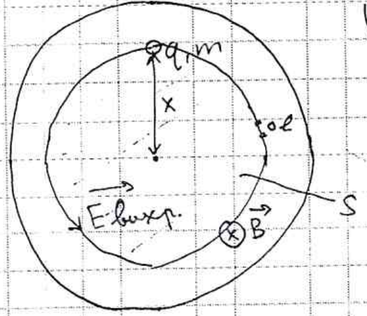
1	2	3	4	Σ
12	0	6	14	32

ЛИСТ 1 ИЗ 5 | 11-3
ШИФР (заполняется Оргкомитетом)

3) 1. B меняется => вихревое э.п. => на частицу действуют электрические силы => она начинает двигаться

Траектория частицы - окружность (движущийся заряд в однородном магн. поле)

2.



Изменение импульса частицы:

$m\Delta\upsilon = m(\upsilon - 0) = m\upsilon = F\Delta t = Eq\Delta t$

Малый участок на окружности радиуса x:

$\Delta \mathcal{E}_{инд.} = E\Delta l$ (в силу симметрии E одинаково)

Суммируем: ~~$Eq\Delta t$~~

$\mathcal{E}_{инд.} = E \cdot 2\pi x \Rightarrow m\upsilon = Eq\Delta t = \frac{\mathcal{E}_{инд.}}{2\pi x} q\Delta t$

Найдем $\mathcal{E}_{инд.}$:

$|\mathcal{E}_{инд.}| = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = S \cdot \frac{\Delta B}{\Delta t} = \pi x^2 \cdot \frac{\Delta B}{\Delta t} \Rightarrow m\upsilon = \frac{\pi x^2 \Delta B}{2\pi x \Delta t} q\Delta t = \frac{x\Delta B}{2} q = \frac{x(B_0 - 0)}{2} q =$

$= \frac{xB_0}{2} q \Rightarrow \upsilon = \frac{xB_0 q}{2m}$ Σ: 5 баллов

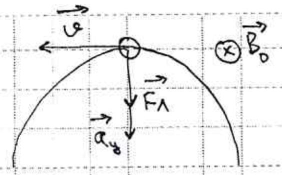
3. При выключении магнитного поля изменение импульса частицы будет таким же по модулю, но противоположным по направлению => υ после выкл. м.п. = 0 (−) (другое X)

4. E вихр. направлено против изменения Ф => оно направлено против часовой стрелки => сначала частица имеет скорость влево. F Лоренца направлена к центру магнита (по правилу левой руки)

Рассчитаем радиус траектории частицы

Всероссийская олимпиада школьников
Региональный этап 2020/2021 учебный год

ЛИСТ 2 ИЗ 5 | 11-3
ШИФР (заполняется Оргкомитетом)

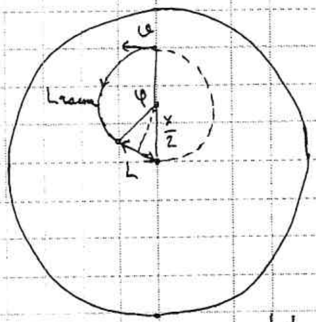


$$F_Л = q v B_0$$
$$F_Л = m a_y = m\frac{v^2}{R}$$
$$\Rightarrow q B_0 = \frac{mv}{R} \Rightarrow R = \frac{mv}{qB_0}$$

$$R = \frac{m}{qB_0}\cdot\frac{xB_0 q}{2m} = \frac{x}{2} \Rightarrow L_{окр.} = 2\pi\cdot\frac{x}{2} = \pi x$$ +0,5

Рассмотрим, какую часть окружности может пройти частица

$$L_{частицы} = v\tau < \frac{xB_0 q}{2m}\cdot\frac{\pi m}{qB_0} = \frac{\pi x}{2}$$ => до центра магнита частица не дойдёт.



Видно, что min расстояние до центра в конечной точке траектории

Найдем угол φ:

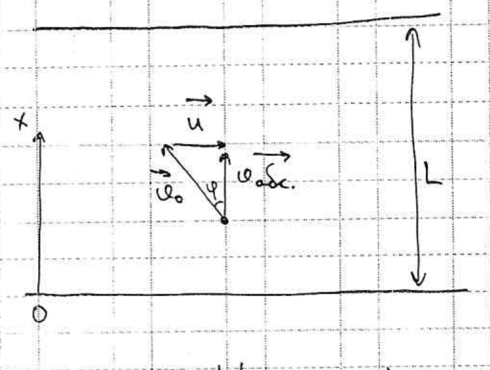
$$\varphi = \omega\tau = \frac{v}{R}\tau = \frac{v\cdot qB_0}{mv}\tau = \frac{qB_0\tau}{m}$$

Искомое расстояние L:

$$L = 2\cdot\frac{x}{2}\sin\left(\frac{\pi-\varphi}{2}\right) = x\sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{qB_0\tau}{2m}\right)$$ +0,5

6 баллов

5. В конце траектории расстояние = min => через τ

1) 

Рассмотрим движение до середины реки:

$$u = \alpha x$$
$$\vec{v}_{абс.} = \vec{v}_0 + \vec{u}$$
$$v_{абс.} = \sqrt{v_0^2 - u^2} = \sqrt{v_0^2 - \alpha^2 x^2}$$

Перемещение вдоль Ox за интервал dt:

$$dx = v_{абс.}dt \Rightarrow dx = \sqrt{v_0^2 - \alpha^2x^2}\,dt$$

$$\frac{dx}{\sqrt{v_0^2-\alpha^2x^2}} = dt \Rightarrow \frac{dx}{\sqrt{\frac{v_0^2}{\alpha^2} - x^2}} = \alpha\, dt$$

Интегрируем до произвольного времени t:

$$\int_0^x \frac{dx}{\sqrt{\frac{v_0^2}{\alpha^2}-x^2}} = \int_0^t \alpha\, dt \Rightarrow \arcsin\left(x : \frac{v_0}{\alpha}\right) - \arcsin 0 = \alpha(t-0)$$

$\arcsin \frac{x\alpha}{v_0} = \alpha t \Rightarrow \frac{x\alpha}{v_0} = \sin\alpha t \Rightarrow x = \frac{v_0 \sin\alpha t}{\alpha}$

Найдем, когда лодка будет на середине:

$\frac{L}{2} = \frac{v_0}{\alpha}\sin\alpha t_c$, причем $\frac{v_0}{2} = \alpha\cdot\frac{L}{2} \Rightarrow v_0 = \alpha L$

$\frac{\cancel{L}}{2} = \frac{\cancel{\alpha}\cancel{L}}{\cancel{\alpha}}\sin\alpha t_c \Rightarrow \sin\alpha t_c = \frac{1}{2} \Rightarrow t_c = \frac{\arcsin\frac{1}{2}}{\alpha} = \frac{\pi}{6\alpha}$

Значит, общее время $T = 2t_c = \frac{\pi}{3\alpha}$

Найдем зависимость $\varphi(t)$

$\sin\varphi = \frac{u}{v_0} = \frac{\alpha x}{v_0} = \frac{v_0\sin\alpha t}{v_0} = \sin\alpha t \Rightarrow \varphi = \alpha t$ – до $t_c = \frac{\pi}{6\alpha}$

Значит, зависимость $\varphi(t)$ выглядит так:

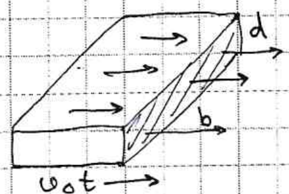
от $t=0$ до $t = \frac{\pi}{6\alpha}$: $\varphi = \alpha t$

от $t = \frac{\pi}{6\alpha}$ до $t = \frac{\pi}{3\alpha}$: $\varphi = \alpha\left(\frac{\pi}{3\alpha} - t\right) = \frac{\pi}{3} - \alpha t$

12 бал

4) 1. $eE_x = evB \Rightarrow E_x = vB$

$E_x = \frac{U_x}{b}$; найдем v через I



$\Delta q = eN = e\cdot n\cdot bd\cdot v\Delta t$

$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = enbdv \Rightarrow v = \frac{I}{enbd}$

Значит, $\frac{U_x}{b} = \frac{I}{enbd}\cdot B \Rightarrow U_x = \frac{BI}{ned}$

2. $R = \rho\cdot\frac{L}{bd}$

Закон Ома в диф. форме: $j = \frac{1}{\rho}E \Rightarrow \frac{enbdv}{bd} = \frac{1}{\rho}\cdot\frac{v}{\mu} \Rightarrow \rho = \frac{1}{\mu en}$

Получаем: $R = \frac{1}{\mu en}\cdot\frac{L}{bd}$

3. $U_x = \frac{BI}{ned} = \frac{B}{ned}\cdot\frac{\mathcal{E}}{r+R} = \frac{B\mathcal{E}}{ned}\cdot\frac{1}{r + \frac{L}{\mu enbd}} = \frac{B\mathcal{E}}{nedr + \frac{L}{\mu b}}$

4. Преобразуем выражение:

$ned r + \frac{L}{\mu b} = \frac{B\mathcal{E}}{U_x}$ => зависимость имеет вид $\frac{A_1}{U_x} = A_2 r + A_3$ =>

=> в осях $\frac{B\mathcal{E}}{U_x}(r)$ график будет линейным

r, кОм	2,5	2,0	1,5	1,0	0,5	0,0
$\frac{B\mathcal{E}}{U_x}$, Тл	8,3	7,1	6,3	5,6	4,8	4,0

По графику:

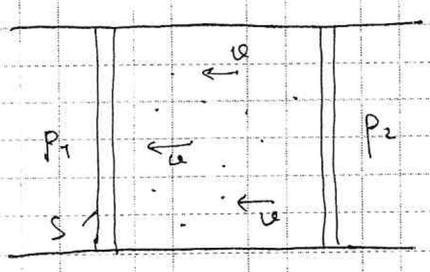
A_2 (угл. коэф.) $= 1{,}50\ \frac{Тл}{кОм} = 1{,}50\cdot10^{-3}\ \frac{Тл}{Ом}$; A_3 (смещение по O_y) $= 4{,}0$ Тл

$A_2 = ned \Rightarrow n = \frac{A_2}{ed} = \frac{1{,}50\cdot10^{-3}}{1{,}6\cdot10^{-19}\cdot10^{-6}} = 0{,}93\cdot10^{22}\ \frac{~~шт.~~}{м^3}$

$A_3 = \frac{L}{\mu b} \Rightarrow \mu = \frac{L}{A_3 b} = \frac{10^{-2}}{4{,}0\cdot5\cdot10^{-3}} = 0{,}5\ Тл^{-1}$

$\rho = \frac{1}{\mu e n} = \frac{1}{0{,}5\cdot1{,}6\cdot10^{-19}\cdot0{,}93\cdot10^{22}} = 1{,}34\cdot10^{-3}$ Ом·м

2) В уст. режиме $v = const$, p внутри $= p$ нас. пара, обозначим p



Рассмотрим давление, которое оказывает вода и водяной пар на поршни. Перейдем в с.о., связанную с поршнями ($v_{отн.} = 0$)

Тогда рассмотрим добавочное давление воды и пара:

~~$p_{доб.}$~~ Импульс, переданный поршню $- n\cdot S\cdot v\Delta t\cdot\Delta p_0$, где n – концентрация, Δp_0 – импульс, переданный 1 молекулой =>

$\Rightarrow \Delta p = n\cdot S\cdot v\Delta t\cdot 2m_0 v$ ($\Delta p_0 = 2mv$, т.к. поршень неподвижен) =>

$\Rightarrow p_{доб.} S = F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{nSv\cancel{\Delta t}\cdot 2m_0v}{\cancel{\Delta t}} \Rightarrow p_{доб.} = n\cdot 2m_0 v^2$

$n = \frac{N}{V} = \frac{N}{SL} = \frac{m/m_0}{SL} = \frac{m}{m_0 SL} \Rightarrow p_{доб.} = \frac{m}{\cancel{m_0}SL}\cdot2\cancel{m_0}v^2 = \frac{2mv^2}{SL}$

~~$p_{доб.} = p_1 - p$ (условие) => $p_{доб.} = 1{,}5p - p = 0{,}5p = \frac{2mv^2}{SL} \Rightarrow v^2 = \frac{pSL}{4m}$~~

Запишем ур-ие Бернулли: $p_1 - p_2 = \frac{\rho_0 v^2}{2} = 1{,}5p - 0{,}5p = p$

$\cancel{p_1 - p_2 = 1{,}5p - 0{,}5p = p = \frac{\rho_0}{2} \cdot \frac{pSL}{4m} \Rightarrow 8m = \rho_0 SL}$

ρ_0 - средняя плотность: $\rho_0 = \frac{m}{\frac{m_п}{\rho_п} + \frac{m_в}{\rho_в}} = \frac{m}{\frac{(1-\alpha)m}{\varepsilon\rho} + \frac{\alpha m}{\rho}} = \frac{\varepsilon\rho}{(1-\alpha) + \varepsilon\alpha}$,

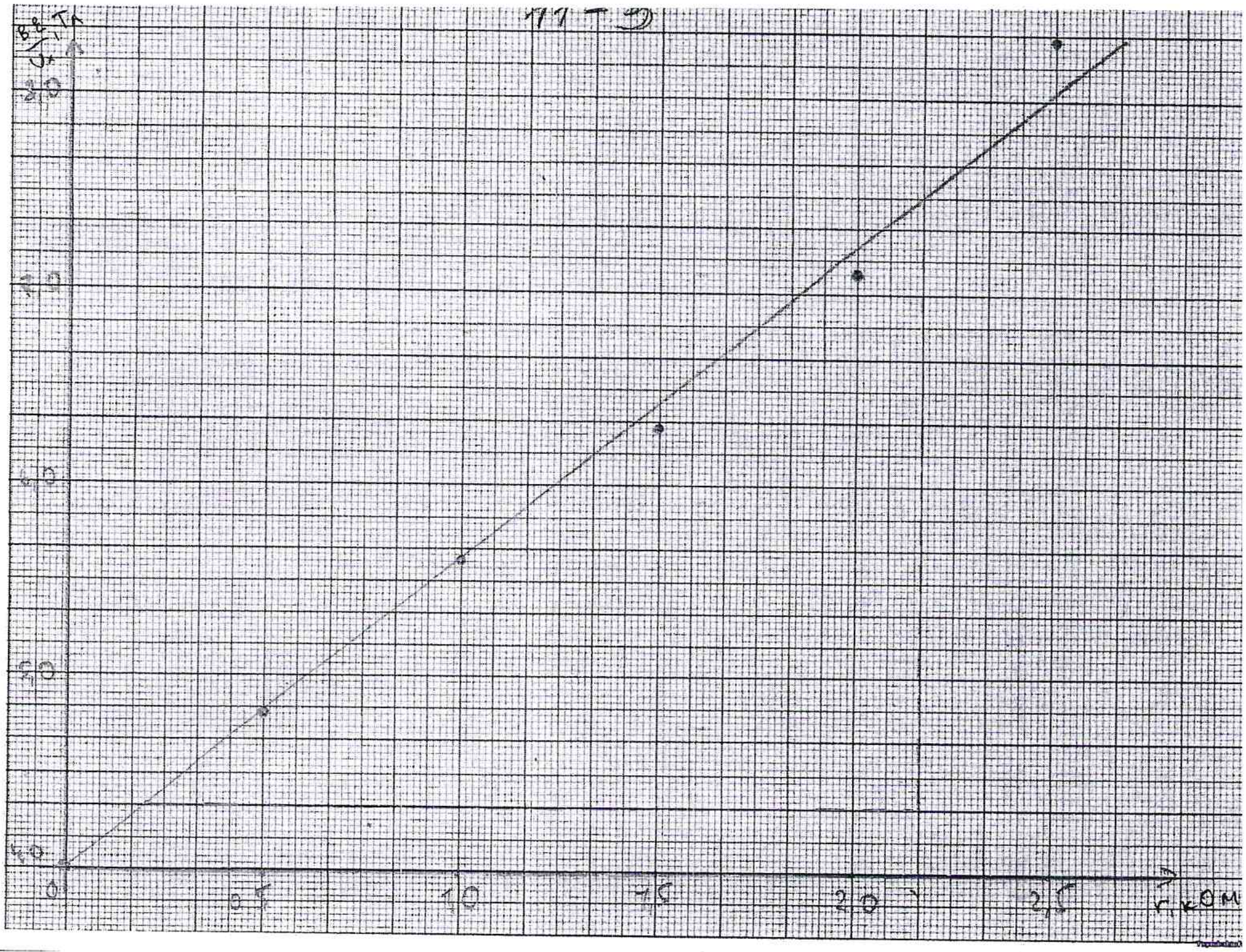
где α - доля воды

$\rho_0 = \frac{\varepsilon\rho}{1-\alpha+\varepsilon\alpha}$

Ур-ие идеального газа: $pV = \frac{m_п}{\mu}RT \Rightarrow p \cdot SL = \frac{(1-\alpha)m}{\mu}RT$

$\cancel{p = nkT = \frac{m}{m_0 SL}kT = \frac{mRT}{\mu SL}}$

Обл

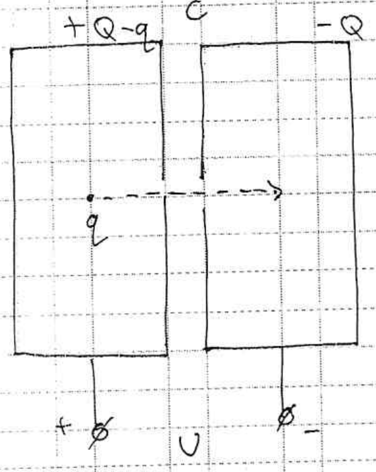

11 T 9
0
0,5
1,0
1,5
2,0
2,5
r, кОм

Всероссийская олимпиада школьников
Региональный этап 2020/2021 учебный год

ЛИСТ 1 ИЗ 5

11-3
ШИФР (заполняется Оргкомитетом)

1)



$q>0$, т.к. заряд приходит в движение.

Пусть правая оболочка зарядилась до $-Q$

Заряд суммарный $=0$ => заряд левой оболочки $=+Q-q$

Рассмотрим левую оболочку

E внутри $=0$ (проводник)

Возьмем поверхность, проходящую внутри оболочки.

Тогда по т. Гаусса: $E_{\text{внутри}} = \frac{q + q_{\text{внутри}}}{\varepsilon_0} = 0$ => $q_{\text{внутри}} = -q$ =>

=> на внутренней поверхности оболочки индуцирован $-q$ =>

=> на внешней поверхности оболочки заряд $+Q$

Значит, $W_c = \frac{Q^2}{2C}$ (будто бы обе пластины заряжены как Q)

Когда заряд в правой оболочке, аналогично для неё $q_{\text{внутри}} = -q$ =>

=> $q_{\text{снаружи}} = -Q+q$, с оболочек заряд не уходит

Значит, аналогично: $W_c' = \frac{(Q-q)^2}{2C}$

Получаем: ЗСЭ: $E_к = W_c - W_c' = \frac{Q^2}{2C} - \frac{(Q-q)^2}{2C} = \frac{1}{2C} \cdot q \cdot (2Q-q)$

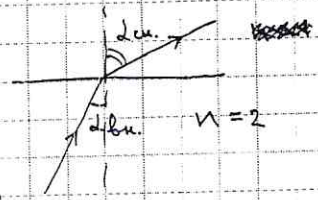
Видно, что $E_к = max$ при $Q=q$, тогда $E_к = \frac{Q^2}{2C}$

12

$Q = CU$ (конденсатор) => $E_к = \frac{q}{2C}(2CU - q) = qU - \frac{q^2}{2C}$

$E_к = max = \frac{(CU)^2}{2C} = \frac{C^2U^2}{2}$ при $q = CU$

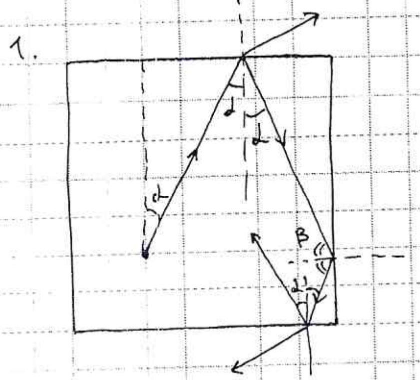
3) Закон Снелла:



$n \sin \alpha_{вн.} = 1 \sin \alpha_{сн.}$ =>

=> $n \sin \alpha_{кр.} = 1$ (ПВО)

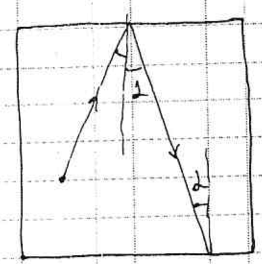
$\sin \alpha_{кр.} = \frac{1}{n} = \frac{1}{2}$ => $\alpha_{кр.} = 30^\circ$

1. 

Пусть луч упал на поверхность под углом α. Если $\alpha < 30^\circ$, то часть E выйдет наружу, часть останется. На $\perp$ грань эта часть упадет под $\beta = 90^\circ - \alpha > 60^\circ \Rightarrow$ будет ПВО. Затем, на следующую грань, луч вновь упадет под $\alpha = 90^\circ - \beta < 30^\circ \Rightarrow$ часть E опять выйдет.

Значит, если часть E хотя бы раз вышла из куба, то и дальше E будет выходить $\Rightarrow$ в пределе вся E этого луча выйдет.

2. Ситуация может быть такая:

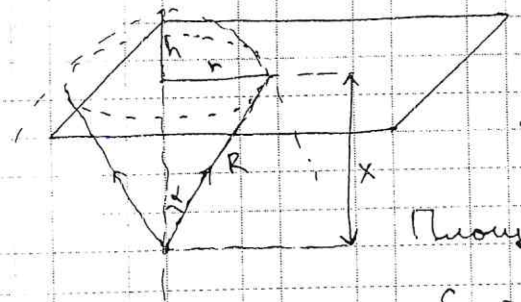


Тогда на противоположную грань луч опять упадет под углом α.

3. Также если $\alpha \in (30^\circ; 60^\circ)$, то $\beta = 90^\circ - \alpha \in (30^\circ; 60^\circ) \Rightarrow$ луч никогда не выйдет

4. Если $\alpha > 60^\circ$, то α и β меняются местами $\Rightarrow$ ситуация аналогична 1.

Вспышка будет представлять собой сферу (во все стороны свет движется с одинаковой скоростью) $\Rightarrow$ чтобы узнать % вышедшей E, можно рассмотреть пересечение сферы с гранью. Если это пересечение будет выходить за другую грань, то это значит, что лучи просто отразились (на долю это не влияет по пунктам 1-4)



E будет выходить, пока $\alpha < 30^\circ \Rightarrow$ крит. случай. $\alpha = 30^\circ \Rightarrow R = \frac{x}{\cos 30^\circ}$

$$h = R - x = \frac{x}{\cos 30^\circ} - x = x\left(\frac{2}{\sqrt{3}} - 1\right) = x \cdot \frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

Площадь „вышедшей" сферы:

$$S_c = 2\pi R h = 2\pi \cdot \frac{x}{\cos 30^\circ} \cdot x \cdot \frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 2\pi x^2 \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{3}} =$$
$$= \pi x^2 \cdot \frac{4}{3}\left(2-\sqrt{3}\right)$$

Площадь всей сферы: $S = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot \frac{x^2}{\cos^2 30^\circ} = 4\pi x^2 \cdot \frac{4}{3} = \frac{16}{3}\pi x^2$

Доля „вышедшей" сферы:

$$\eta_1 = \frac{S_c}{S} = \frac{\cancel{\pi x^2} \cdot \frac{4}{\cancel{3}}(2-\sqrt{3})}{{}^{4}\cancel{\frac{16}{3}}\,\cancel{\pi x^2}} = \frac{2-\sqrt{3}}{4}$$

12 бл.

Граней 6 $\Rightarrow \eta = 6\eta_1 = {}^{3}\cancel{6} \cdot \frac{2-\sqrt{3}}{\cancel{4}_2} = \frac{3(2-\sqrt{3})}{2} \approx 0{,}40$ – искомая доля

Получается что η может принимать только одно значение, которое не зависит от положения источника, $\eta = 0{,}40$

4) Построим график $M(t)$:

t, c	0	49	92	125	161	202	246	290	323	352	367	
M, г	250	246	242	238	234	230	226	222	218	274	264	
t, c	390	414	445	468	500	529	573	615	655	697	740	785
M, г	254	244	232	229	224	219	215	211	207	203	199	195

Линейная часть графика – теплообмен только с окр. средой.

$\lambda(-\Delta m) = P_{вн.}\Delta t \Rightarrow \frac{P_{вн.}}{\lambda} = -\frac{\Delta m}{\Delta t}$ – ун. коэф.

ун. коэф. $= 0{,}102\ \frac{г}{с} = \frac{P_{вн.}}{\lambda}$

Когда положим цилиндр:

$\lambda(-\Delta m) = P_{вн.}\Delta t + c(T) \cdot m_{Al}(-\Delta T)$, причем $c(T) \cdot \Delta T$ – площадь под графиком $c(T)$

$$-\Delta m = \frac{P_{вн.}}{\lambda}\Delta t + \frac{m_{Al}}{\lambda} c(T)(-\Delta T)$$

Пока цилиндр остывал до $-196°C$: (от 296 K до 77 K)

$c(T)\cdot(-\Delta T) = 10,6\ \frac{кДж}{кг}$ (площадь под графиком от 296 K до 77 K)

За это время:

$-\Delta m = (m_н + m_{Al}) - m_к$, где $m_н$ – конец линейного участка

$m_к$ – конец нелинейного участка

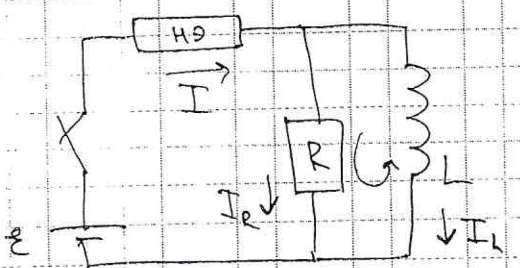
$-\Delta m = (218 + 69) - 219 = 68$ г

$\Delta t = t_к - t_н$ (аналогично с массой) $= 529 - 323 = 206$ с

Получаем:

$$68 = 0{,}102\cdot 206 + \frac{69}{\lambda}\cdot 10{,}6 \Rightarrow \lambda = 15{,}6\ \frac{Дж}{г} = 15{,}6\ \frac{кДж}{кг}$$

2) Рассмотрим второй участок ($I = const$):



$$\begin{cases} I = I_R + I_L, \quad I = I_0 \Rightarrow I_0 = I_R + I_L \\ L\dfrac{dI_L}{dt} = I_R R = U_R \end{cases}$$ +

$$P_R = I_R U_R = (I_0 - I_L)\cdot L\frac{dI_L}{dt} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow dQ = I_0 L\, dI_L - L I_L\, dI_L$$

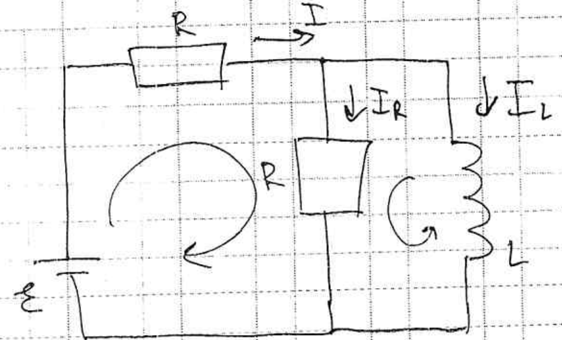
Интегрируем: $Q_2 = I_0 L \int_{I_{L1}}^{I_0} dI_L - L\int_{I_{L1}}^{I_0} I_L\, dI_L$, I_0 – конечный ток через катушку, т.к. I_R конечный $= 0$, I_{L1} – ток через катушку, когда начался второй участок.

Получаем: $Q_2 = I_0 L (I_0 - I_{L1}) - L\left(\frac{I_0^2}{2} - \frac{I_{L1}^2}{2}\right)$.

Перед вторым участком был первый, когда НЭ ведет себя как резистор сопротивлением R.

1)+2)+3) = 2,5 балл

Рассмотрим первый участок:



$$\begin{cases} I = I_R + I_L \\ \mathcal{E} = IR + I_R R \\ L\dfrac{dI_L}{dt} = I_R R \end{cases} \Rightarrow \mathcal{E} = IR + L\frac{dI_L}{dt} \Rightarrow \mathcal{E}dt = IRdt + LdI_L$$

Рассмотрим, когда участок 1 переходит в участок 2, т.е. когда I достиг значения I_0:

$$\begin{cases} I_0 = I_{R1} + I_{L1} \\ \mathcal{E} = I_0 R + I_{R1} R \end{cases} \Rightarrow I_{L1} = I_0 - I_{R1} = I_0 - \frac{\mathcal{E} - I_0 R}{R} = 2I_0 - \frac{\mathcal{E}}{R}$$

Рассчитаем Q_2:

$$Q_2 = I_0 L\left(I_0 - 2I_0 + \frac{\mathcal{E}}{R}\right) - L\left(\frac{I_0^2}{2} - \frac{1}{2}\left(2I_0 - \frac{\mathcal{E}}{R}\right)^2\right) = -I_0^2 L + \frac{I_0 L\mathcal{E}}{R} - \frac{LI_0^2}{2} + 2LI_0^2 - 2I_0 L\frac{\mathcal{E}}{R} + \frac{L\mathcal{E}^2}{2R^2} = \frac{LI_0^2}{2} - \frac{I_0 L\mathcal{E}}{R} + \frac{L\mathcal{E}^2}{2R^2} = 0{,}01 \text{ Дж}$$

8)+9)+10) = 3,5 бал. + 11) => 4 балла

Рассчитаем Q_1.

$Q_1 = I_R U_R$

$A_{бат.} = Q_1 + Q_{нэ} + W_к$, $W_к = \frac{LI_L^2}{2}$

$dA_{бат.} = \mathcal{E}dq = \mathcal{E}Idt = I^2Rdt + LIdI_L$ ~

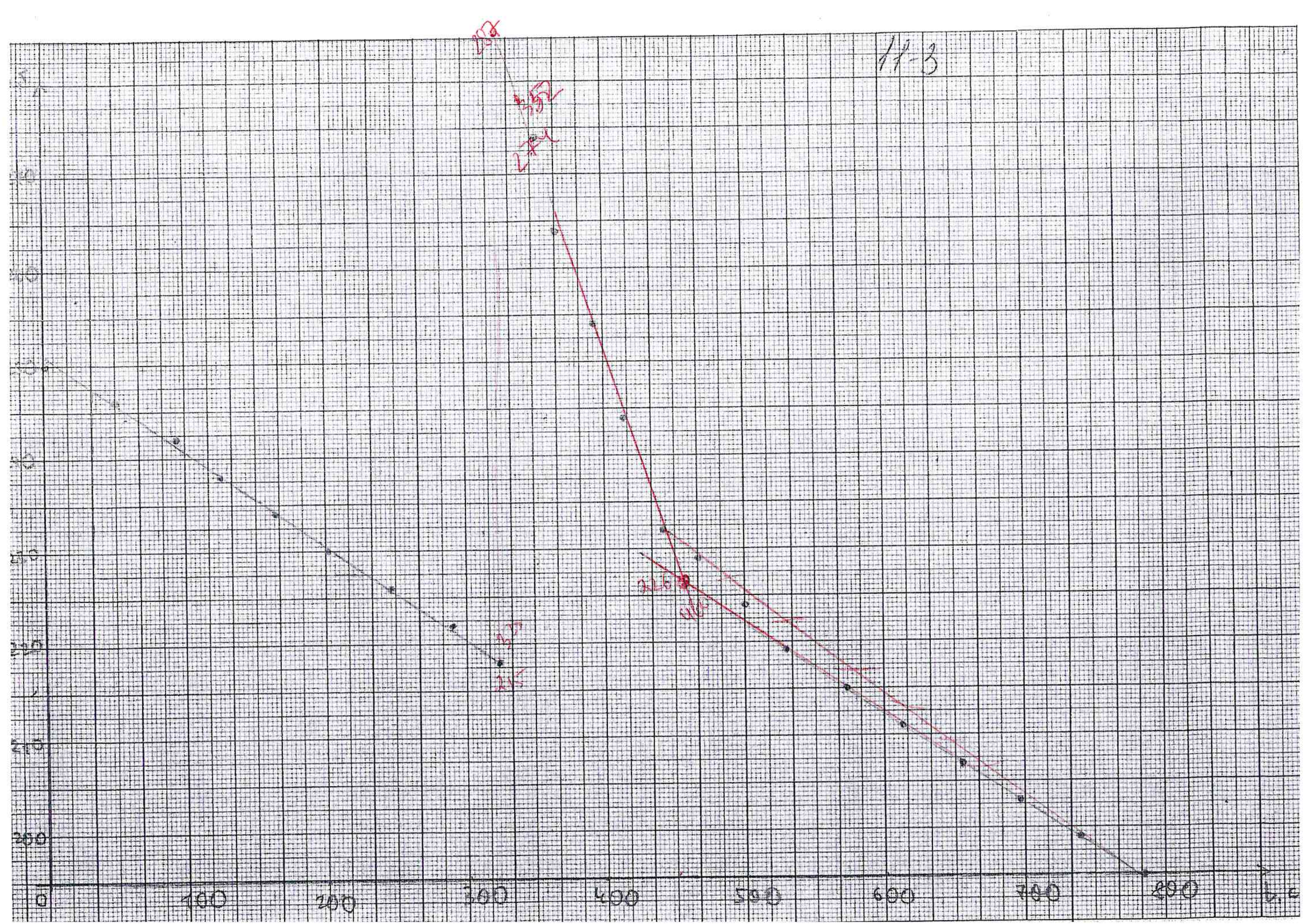
6,5 бал

$dQ_{нэ} = I^2Rdt \Rightarrow LIdI_L = dQ_1 + dW_к$

$dW_к = \cancel{LI_LdI_L}\ LI_LdI_L$

Значит:

$LIdI_L = dQ_1 + LI_LdI_L \Rightarrow dQ_1 = L(I - I_L)dI_L$


0
100
200
300
400
500
600
700
800