№1 Ответ: да

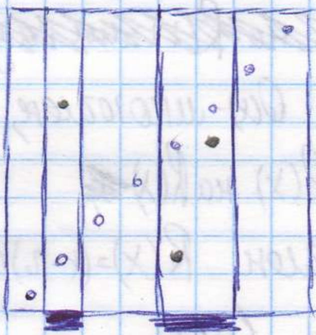
Например, $1\cdot1\cdot1\cdot1\cdot1\cdot2\cdot16 \Rightarrow$

$\Rightarrow(-2)(-2)(-2)(-2)(-2)\cdot13(-1)$

$32 \Rightarrow 32\cdot13$

РЕГИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА 2017
ПО МАТЕМАТИКЕ

№2



Сперва выберем 8 ладей на главной диагонали. Если чётно, то мы выиграли, если нечётно, то мы можем выделить столбцы, в которых мы угадали положение ладей.

Если такой столбец 1, то возьмём соседнюю ладью и поменяем их так:  эти две новые ладьи стоят на пустых клетках, т.к. ~~на~~ одной из изначальных позиций была задумана Васей, ⇒ в столбце и строке больше нет таких клеток.

На следующий ход мы получим 0 ладей, т.е. выиграем за 2 хода Ок.

Если такие столбцов несколько, то передвинем все ладьи с найденной клеткой Васи в соседний правый столбец (самый правый в самый левый). В каждом из этих столбцов мы знаем положение клеток Васи и поставим их не в эти клетки, т.е. получим 0 совпадений, выиграли на 2 ход. На первый ход выиграть невозможно?, т.к. до него у нас нет никаких данных о клетках Васи И у и 2го?

Следовательно ответ: 2 хода

Примечание: столбцы, в которых ладьи не совпали с клетками Васи, остаются без изменений

– №3 $P(x) = x^{2017} + a_{2016}x^{2016} + \ldots + a_0$

по т. [illegible] деления многочлена на многочлен: ~~если P(x) разделить на R(x) мы получим~~

$P(x) = Q(x) \cdot R(x) + X(n)$, где Q(x) - многочлен, получившийся от деления P(x) на R(x).

[illegible] возьмём многочлен $R(x) = (x-n_1)(x-n_2)\ldots(x-n_k)$, тогда P(x) приобретёт вид:

$P(x) = Q_x \cdot R(x) + P(n_1)P(n_2)\ldots P(n_k)$, тогда определим степень многочлена R(x) для нахождения P(x), т.к. единственный коэф. в P(x) нам известный - это $a_{2017} = 1$ то у Q(x) мы сможем определить только коэф. при старшей степени, т.е. при (степени R(x)) = 2017

В таком случае $Q(x) = 1$ ($R(x) = x^{2017} + \ldots$), и коэф. при $x = 1$,

~~[illegible]~~

~~если (степень Q(x)) [illegible]~~

Ответ: ~~2017~~ 2017

Почему? Потому что взяли 2017? А если нет?

№ 5 Пусть a-кол-во иррациональних в столбцах
тогда (50-a)-кол-во рациональних в столбцах
(50-a)-кол-во иррациональных в строках
a-кол-во рациональних в строках

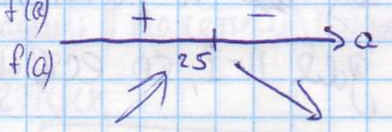
Чтобы при перемножении иррациональных чисел получить рациональные, иррациональные должны иметь одинаковое подкоренное выражение, например, 3. Все иррац. числа будут иметь вид: $i\sqrt{3}$, $i=1$ до 50. Теперь, при перемножении мы будем получать рациональное из 2 рациональных или 2 иррациональных.

Или из 1 рац. и 1 ирр.

Тогда, выразим кол-во рацион. функцией $f(a)$

$f(a) = a\cdot(50-a)+(50-a)a = 50a-a^2+50a-a^2 = 100a-2a^2$

$f'(a)=100-4a$ $\quad f'(a)=0,\ a=25$

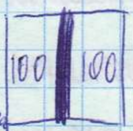


$\max f(a) = f(25) = 2500-1250=1250$

Ответ: 1250

№ 7 Докажем по индукции:

для $n=1$:



Предположим, что для n прямых есть расположение чисел

Докажем, что можно получить из плоскости с n прямыми плоскость с n-1 прямой.

Любая плоскость, ограниченная прямыми, может быть разделена новой прямой только на 2 новых плоскости. Для n мы имеем расположение чисел. Убрав новую прямую, мы соединим нек-ые плоскости, которые она ранее разделяла. Тогда можно сложить числа в этих плоскостях, т.е. мы имеем расстановку для n-1. Таким образом, любая расстановка для n-1 получается из n расстановки, сл-но если есть расстановка для n-1, то есть и для n.

№ 8 Посчитаем кол-во наборов карточек, произведение которых нечётно:

$C_{28}^{12} = 13\cdot5\cdot23\cdot7\cdot19\cdot9\cdot17$, т.е. спустя минуту мы получим ещё 1 нечётное число. Посчитаем снова:
$C_{29}^{12} = C_{28}^{12}\cdot\frac{29}{17}$, т.е. ещё 1 нечетное число. Посчитаем снова:
$C_{30}^{12} = C_{29}^{12}\cdot\frac{30}{18} = C_{29}^{12}\cdot\frac{15}{9}$, т.е. ещё 1 нечётное число. Посчитаем снова:
$C_{31}^{12} = C_{30}^{12}\cdot\frac{31}{19}$, т.е. ещё 1 нечётное число. Посчитаем снова:
$C_{32}^{12} = C_{31}^{12}\cdot\frac{32}{20} = C_{31}^{12}\cdot\frac{8}{5}$, т.е мы получим чётное число и при всех следующих подсчётах тоже будут получаться четные числа (кол-во нечётных произведений чётно). ~~Теперь оценим любое (первое новое чётное) число: [illegible] есть ли в сумме этого числа другие слагаемые, делящиеся не более, чем на 8. Возможно Это вариации: 11 нечётных, 1 чётное, 10 нечётных, 2 чётных, 9 нечетных, 3 чётных.~~

~~Для 11 нечетных чисел вариаций будет~~ $72\cdot\boxed{C_{32}^{11} = C_{32}^{12}\cdot\frac{12}{21}}$, ~~что делится хотя бы на 16.~~

~~Для 10 нечётных:~~ $C_{72}^{2}\cdot C_{32}^{10} =$ [illegible] $\cdot C_{32}^{11}\cdot\frac{11}{22} = 18\cdot71\cdot C_{32}^{11}$, ~~что делится хотя бы на 16~~

~~Для 9 нечётных:~~ $C_{72}^{3}\cdot C_{32}^{9} =$ [illegible] $\cdot C_{32}^{10}\cdot\frac{10}{23} =$ [illegible] $\cdot C_{32}^{10}\cdot\frac{10}{23}$, ~~что делится хотя бы на 16~~

~~Следовательно, все, начиная со 105ого новые~~ числа ~~будут включать в себя слагаемые делящиеся~~ на

Пусть nое число будет иметь степень двойки-x, при этом x не является степенью какого-либо исходного числа. (такое число найдется, т.к. кол-во исходных чисел ограничено, а d-любое), тогда спустя минуту мы получим новое число n+1, которое отлично от предыдущего на сумму комбинаций этого числа с другими числами (но все такие комбин. будут делиться хотя бы на 2^{x+1}, т.к. все другие возможные вариации либо чётные, либо вариации нечетных чисел можно сложить, вынеся 2^x за скобку, и получить C_{32}^{11} нечетных слагаемых, что чётно (расчёт в $\boxed{\quad}$ на пред. стр.), т.е. мы будем бесконечно получать числа со степенью двойки-x, т.е. не сможем получить число, которое делится на 2^d, $d \in N$