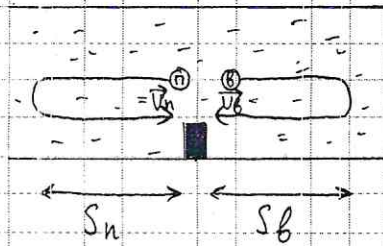


Задача 2.7.1. На реке



Петя и Васа плывут от моста одинаково кол-во времени, а вернутся обратно Васа быстрее. Туда и обратно они проплыли

одинаковое расстояние, а времена изменились \Rightarrow их скорости изменились \Rightarrow $v_{течения} \neq 0$, т.к. скорости Васи и Пети почти одинаковы, а значит только v_m может их изменить. Васа проплыл s_b на обратном пути быстрее, чем он плыл туда \Rightarrow на пути туда он плыл против течения, а обратно по течению \Rightarrow Петя сначала плыл по течению, а затем против него (т.к. по условию Петя и Васа поплыли в разные стороны)

Дано:

t

$t_{\text{В}} = 2t$

$t_{\text{П}} = t/2$

v_b, v_n

v_m

чей v больше?

$\frac{v_b}{v_m} > \frac{v_n}{v_m} ?$

$$\left. \begin{aligned} s_b &= v_{b,m} t \\ s_b &= v_{b,0} \cdot t/2 \\ v_{b,m} &= v_b - v_m \\ v_{b,0} &= v_b + v_m \end{aligned} \right\}$$

$$(v_b - v_m)t = (v_b + v_m)t/2$$

$$2(v_b - v_m)t = (v_b + v_m)t$$

$$2v_b - 2v_m = v_b + v_m$$

$$v_b = 3v_m$$

$$\frac{v_b}{v_m} = 3$$

$$\begin{aligned} v_b &= 3v_m \\ v_n &= 3v_m \end{aligned} \Rightarrow v_b = v_n$$

$$\left. \begin{aligned} s_n &= v_{n,m} t \\ s_n &= v_{n,0} \cdot 2t \\ v_{n,m} &= v_n + v_m \\ v_{n,0} &= v_n - v_m \end{aligned} \right\}$$

$$(v_n + v_m)t = (v_n - v_m) \cdot 2t$$

$$v_n + v_m = 2v_n - 2v_m$$

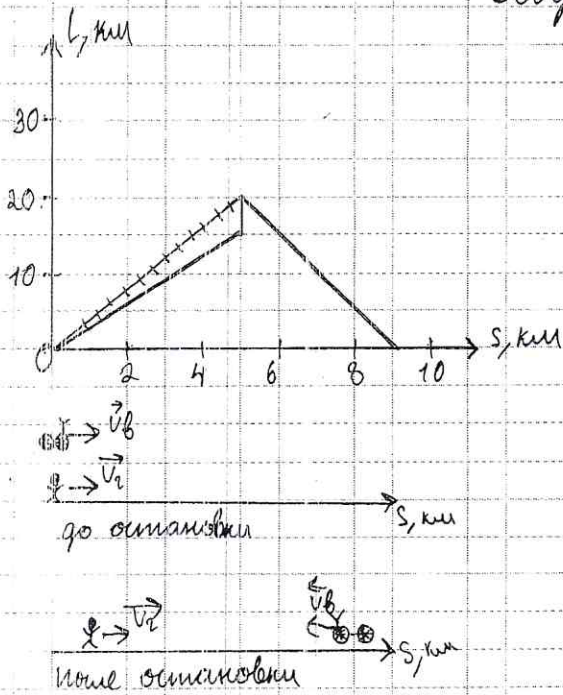
$$v_n = 3v_m$$

$$\frac{v_n}{v_m} = 3$$

1	2	3	4	Σ
10	10	0	16	36
			18	

Ответ: Васа и Петя плывут одинаково быстро, скорость мальчиков в 3 раза больше скорости течения реки.

Задача 2.7.2. Дорога до канала.



Дано: $v_2 = \text{const}$, но он делает 1 остановку

$v_B = \text{const}$, $t_{\text{встр}} = 2 \text{ ч}$

Найти: s_B , $t_{\text{ост}}$, v_2 , v_B

s_2	l	s_B	
5 км	15 км	20 км	- до ост.
5 км	20 км	25 км	- после ост.
9 км	0 км	? км	- t встр

До остановки $s_2 = 5 \text{ км}$, $s_B = 20 \text{ км}$ (т.к. $s_B = s_2 + l$), $t_{\text{движения одинаково}} \Rightarrow v_B = 4 v_2$

К началу движения Глеба после остановки $l = 20 \text{ км}$, $v_B = 4 v_2 \Rightarrow$

$\Rightarrow s_{B \text{ н.д.}} = 16 \text{ км}$, $s_{2 \text{ н.д.}} = 4 \text{ км}$ (т.к. время движения навстречу одинаково)

$s_B = s_{B \text{ по}} + s_{B \text{ н.д.}}$ $s_B = 25 \text{ км} + 16 \text{ км} = 41 \text{ км}$

$s_B = 41 \text{ км}$, $v_B = 4 v_2 \Rightarrow s_{2 \text{ до}} = \frac{41 \text{ км}}{4} = 10,25 \text{ км}$ - таким было бы расстояние,

пройденное Глебом, если бы он не делал остановки

$$v_2 = \frac{s_{2 \text{ до}}}{t_{\text{встр}}} \quad v_2 = \frac{10,25 \text{ км}}{2 \text{ ч}} = 5,125 \text{ км/ч} \quad v_B = \frac{s_B}{t_{\text{встр}}} \quad v_B = \frac{41 \text{ км}}{2 \text{ ч}} = 20,5 \text{ км/ч}$$

$$t_{\text{ост}} = \frac{s_{2 \text{ до}} - s_2}{v_2} \quad t_{\text{ост}} = \frac{10,25 \text{ км} - 9 \text{ км}}{5,125 \text{ км/ч}} = \frac{1,25}{5,125} \text{ ч} \approx 0,244 = 14,4 \text{ мин}$$

Ответ: $s_B = 41 \text{ км}$, $t_{\text{ост}} = 14,4 \text{ мин}$, $v_2 = 5,125 \text{ км/ч}$, $v_B = 20,5 \text{ км/ч}$

105

Задача 2.7.4. Северный экспресс

Дано!

$S, \text{ км}$	0	8	12	24	32	41	48	55	60
$T, ^\circ\text{C}$	10,0	10,1	10,2	10,4	10,4	10,6	10,7	11,3	11,6
$S, \text{ км}$	69	73	90	96	100	101	105	108	110
$T, ^\circ\text{C}$	12,2	12,4	13,4	13,7	14,0	14,1	14,3	14,4	14,6

$t, \text{ ч:мин}$	10:05	10:12	10:18	10:22	10:30	10:42	10:48	10:53	10:59	11:05	11:11	11:19	11:25	11:38	11:45	11:55	12:02	12:18
$T, ^\circ\text{C}$	9,7	9,8	9,9	10,1	10,2	10,5	10,7	10,8	10,9	11,5	12,0	13,0	13,5	14,8	15,5	15,8	16,3	16,4

Найти: время отправления из Долопур ($t_{\text{отпр}}$), $V_{\text{экспр}}$, $S_{\text{от Дмитров до Дубки}}$, $t_{\text{отр. в Дмитрове}}$

Построим графики зависимости времени и расстояния от температуры. После этого возьмем некоторое кол-во точек из этих графиков, с помощью температуры определим у этих точек зависимость расстояния от времени, с их помощью построим график зависимости расстояния от времени, используя полученные нами с помощью 2 начальных графиков данные.

Самое равно 0 при $T=10^\circ\text{C}$, и из графика зависи. t от T можно выяснить, что $t_{\text{отпр}} = 10:20$.

Чтобы получить примерную $V_{\text{экспр}}$, нужно использовать график зависи. S от t . По нему видно, что остановка будет примерно с 10:48 до 10:59, для нахождения $V_{\text{экспр}}$ найдем средн. скорость $V_{\text{ср}}$ от средн. скорости до остановки и средн. скорости после остановки.

$$V_{\text{ср}} = \frac{S}{t} \quad V_{\text{экспр}} = \frac{\frac{48 \text{ км}}{10:48-10:20} + \frac{110 \text{ км} - 50 \text{ км}}{11:36-10:59}}{2} = \frac{48 \text{ км}}{28 \text{ мин}} + \frac{60 \text{ км}}{37 \text{ мин}} = \frac{3456 \text{ км}}{1036 \text{ мин}} \approx \frac{3,3 \text{ км/мин}}{2} = 1,65 \frac{\text{км}}{\text{мин}}$$

$$v_{\text{экспр}} = 1,65 \text{ км/мин} = 99 \text{ км/ч} \approx 100 \text{ км/ч} \quad +1$$

S от Дмитр. до Дубны можно найти 2 способами: по графику
 S от t и также по графику, но учитывая время на скорость

I сп! S от Дмитр до Дубны $\approx 60 \text{ км}$ $+2$

II сп! $(11 \text{ ч } 36 \text{ мин} - 10 \text{ ч } 59 \text{ мин}) \cdot 100 \text{ км/ч} = 37 \text{ мин} \cdot 100 \text{ км/ч} = \frac{37}{60} \text{ ч} \cdot 100 \text{ км/ч} \approx 62 \text{ км}$

Для мин. погрешности найдем средн. S от двух способов $/ \text{Ересь}$

$$\frac{60 \text{ км} + 62 \text{ км}}{2} = 61 \text{ км} = S \text{ от Дмитр. до Дубны.} \quad +2$$

t от. в Дмитрове также можно найти 2 способами: только по графику или с помощью расчетов (помнить, только без про-
мел поезд без остановки)

I сп! t от $\approx 11 \text{ мин}$

~~$$t_{\text{от}} = \frac{S}{v_{\text{экспр}}} = \frac{60 \text{ км}}{100 \text{ км/ч}} = 36 \text{ мин}$$~~

~~$$t_{\text{от}} = \frac{S}{v_{\text{экспр}}} = \frac{61 \text{ км}}{100 \text{ км/ч}} = 36,6 \text{ мин} \approx 37 \text{ мин}$$~~

II способ: $t_{\text{от}} = (t_{\text{кон}} - t_{\text{отпр}}) - \frac{S}{v_{\text{экспр}}}$

$$t_{\text{от}} = (11 \text{ ч } 36 \text{ мин} - 10 \text{ ч } 20 \text{ мин}) - \frac{110 \text{ км}}{100 \text{ км/ч}} = 11 \text{ ч } 16 \text{ мин} - 1,1 \text{ ч} = 10 \text{ мин}$$

Для мин. погрешности найдем среднее $t_{\text{от}}$ от двух способов

$$\frac{11 \text{ мин} + 10 \text{ мин}}{2} = 10,5 \text{ мин} - t_{\text{от}}$$

Ответ! 1) $t_{\text{отпр}} = 10:20$

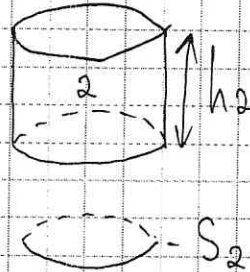
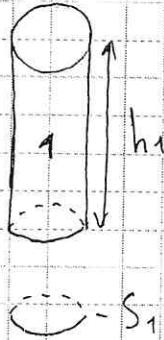
2) $v_{\text{экспр}} = 1,65 \text{ км/мин} \approx 100 \text{ км/ч}$

3) S от Дмитрова до Дубно $\approx 61 \text{ км}$

4) $t_{\text{от}} \approx 10,5 \text{ мин}$ $+2$

Задача 2.7.3 Две катушки под дождем

Дано:
 $v = \text{const}$
 $T_1 = 4 \text{ ч}$
 $T_2 = 2 \text{ ч}$
 $T = 2,5 \text{ ч}$
 Найти:
 h_1/h_2
 S_1/S_2
 V_1/V_2



$$T_1 = \frac{S_1}{v} \cdot h_1 \quad T_2 = \frac{S_2}{v} \cdot h_2 \quad T_1 = \frac{V_1}{v} \quad T_2 = \frac{V_2}{v}$$

$$T = \frac{(S_1 + S_2) \cdot \frac{h_1 + h_2}{2}}{v}$$

*что есть V?
 это время
 падения?*

$$V_1 = T_1 v \quad V_2 = T_2 v \quad V_1/V_2 = T_1 v / T_2 v = T_1/T_2$$

$$V_1/V_2 = 4 \text{ ч} / 2 \text{ ч} = 2$$

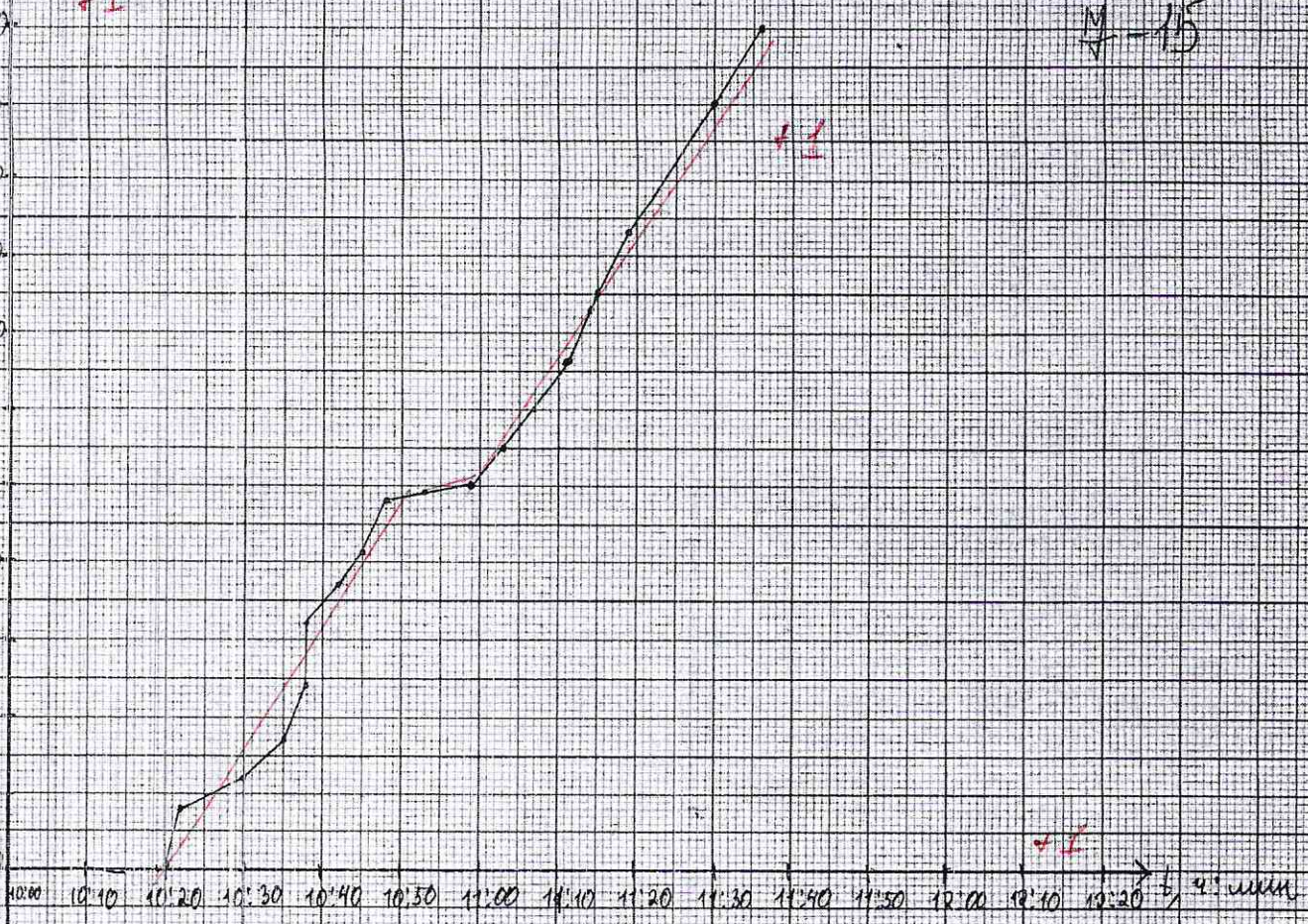
S km

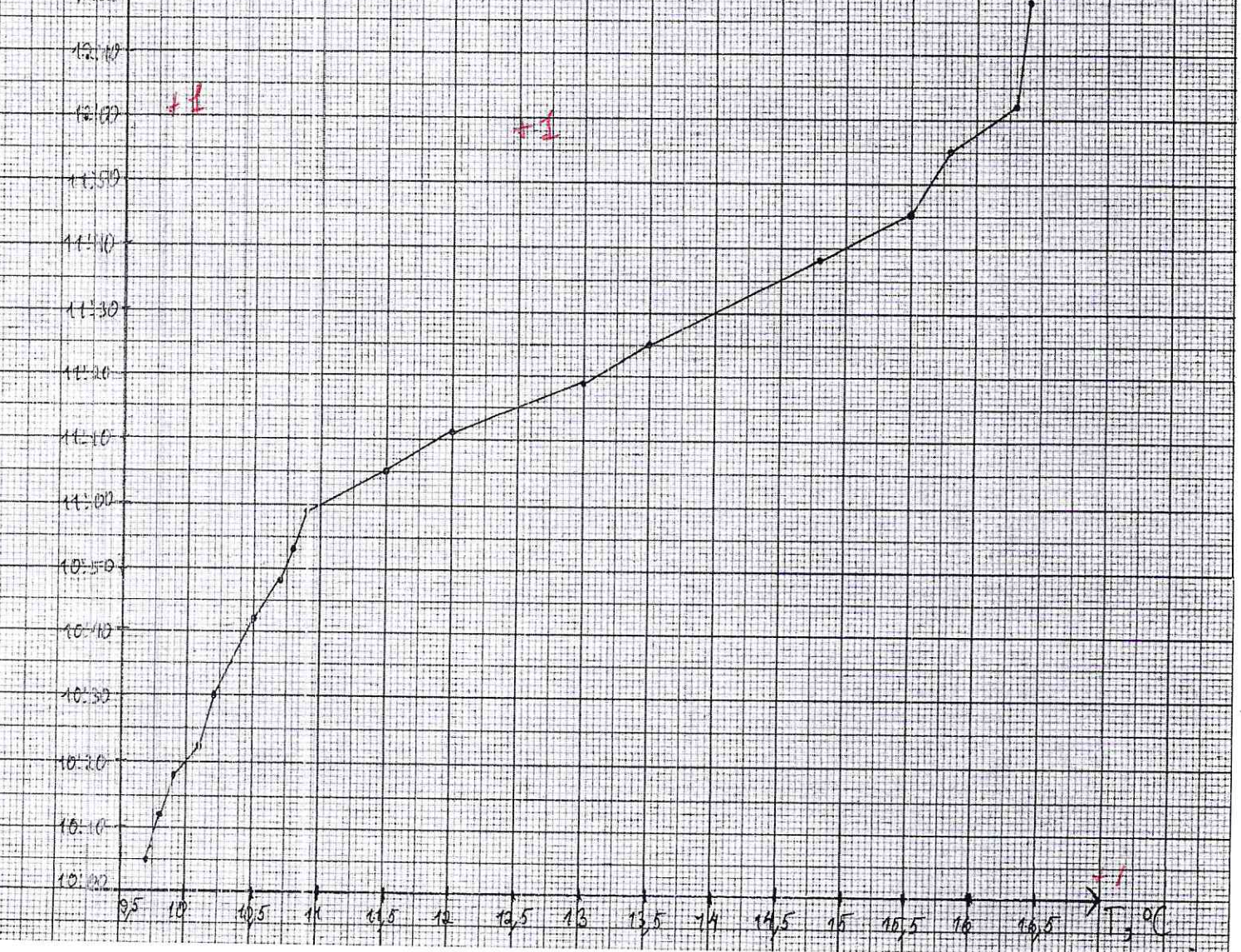
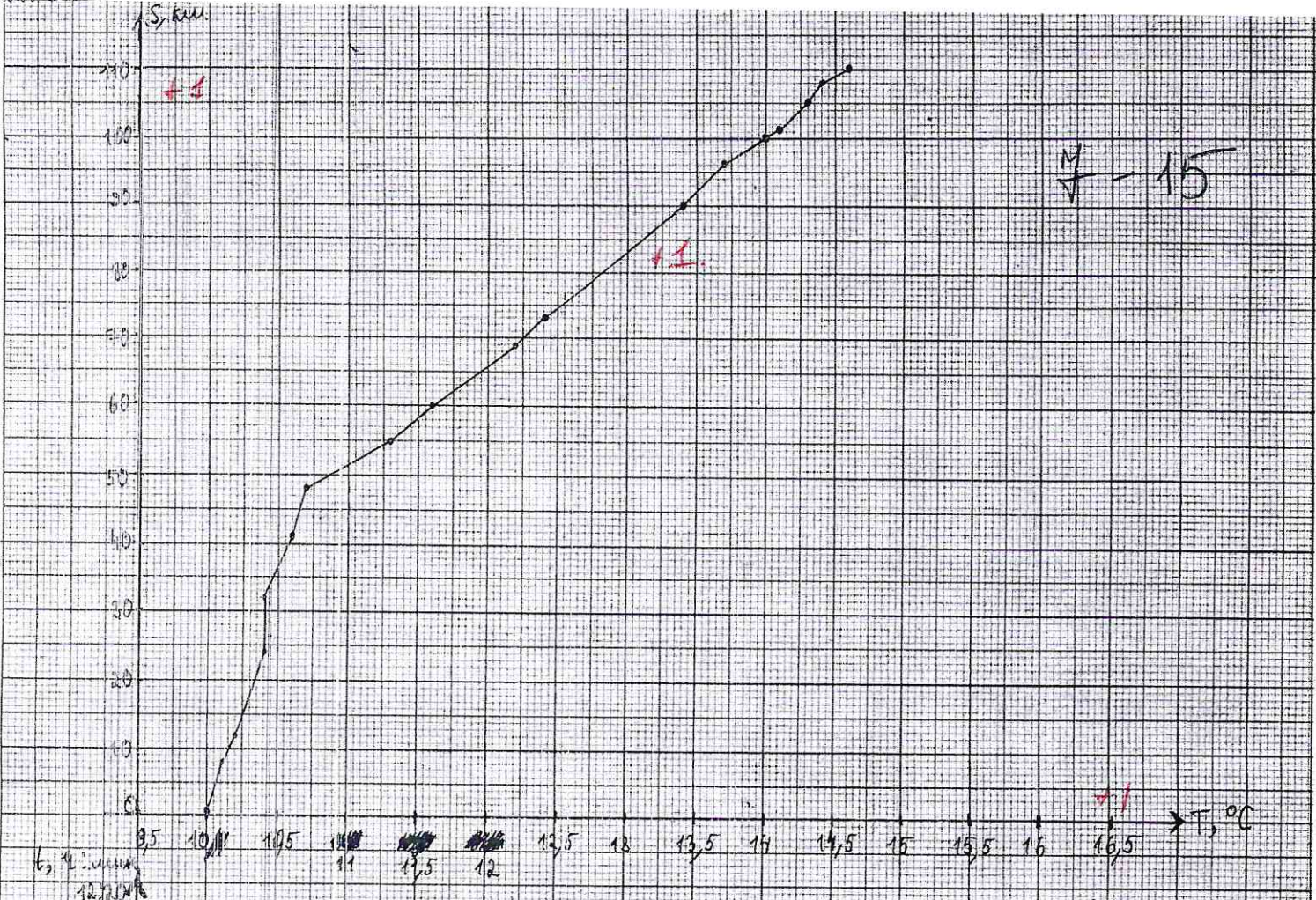
± 1

M-15

110
100
90
80
70
60
50
40
30
20
10
0

10:00 10:10 10:20 10:30 10:40 10:50 11:00 11:10 11:20 11:30 11:40 11:50 12:00 12:10 12:20 ± 1 4:5 min





Задача 1.7.1 Бел по кругу

Дано:

$$\frac{1}{2}S - 2U \text{ (A)}$$

$$\frac{1}{2}S - U \text{ (A)}$$

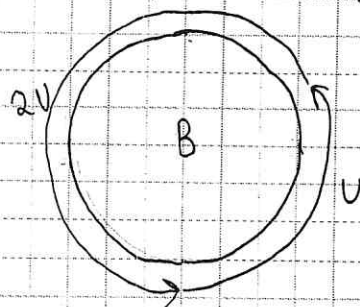
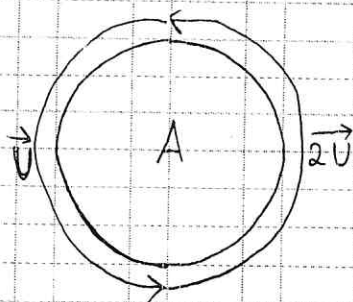
$$\frac{1}{2}t - U \text{ (B)}$$

$$\frac{1}{2}t - 2U \text{ (B)}$$

$$T_A = 90c$$

$$t_{\text{полн}} = ?$$

$$T_{\text{обгон}} = ?$$



$$\frac{1}{2}t - U$$

$$\frac{1}{2}t - 2U$$

$$t = \frac{S}{U}$$

$$T_A = \frac{\frac{1}{2}S}{U} + \frac{\frac{1}{2}S}{2U}$$

$$T_A = \frac{S + \frac{1}{2}S}{2U}$$

$$T_A = \frac{1,5S}{2U}$$

$$T_A = 0,75 \frac{S}{U}$$

$$\frac{T_A}{0,75} = \frac{S}{U}$$

$$\frac{S}{U} = \frac{90c}{0,75} = 120c \Rightarrow S = 120c \cdot U \quad \checkmark$$

$$B: \left. \begin{aligned} S &= \frac{1}{2}tU + \frac{1}{2}t \cdot 2U \\ S &= 120U \end{aligned} \right\}$$

$$120U = \frac{1}{2}tU + \frac{1}{2}t \cdot 2U$$

$$120U = \frac{1}{2}tU + tU$$

$$120U = 1,5tU$$

$$\checkmark t = \frac{120c}{1,5} = 80c \Rightarrow 0c - 40c - U, 40c - 80c - 2U$$

$0c - 30c$ - A обгоняет B со скоростью $2U - U = U$, в $30c$ S между ними равно $30cU$

$30c - 40c$ - $UA = UB$, расстояние $30cU$ сокращается

$40c - 80c$ - B догоняет A со скоростью $2U - U = U$, $t_{\text{догон.}} = 40c + \frac{30cU}{U} = 70c \quad \checkmark$

\checkmark B пробегает полный круг на 10 секунд быстрее чем A \Rightarrow

~~$$S = \frac{1}{2}S - 2U + \frac{1}{2}S - U$$~~

$$A: S = 120U \Rightarrow \frac{1}{2}S = 60U \Rightarrow t_1 = 30c, t_2 = 60c, \text{ т.е. } 0c - 30c - 2U, 30c - 90c - U$$

1	2	3	4	Σ
40	4	10	15	39

В обгоняет А. В пробежит ровно на 1 круг больше чем А, тогда, когда он начнет круг на 80 секунд раньше А

$\frac{80c}{10c} = 8$ - столько кругов к концу 9 круга В пробежит А

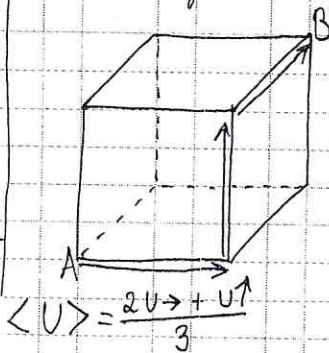
$9 \cdot 80c = 720c$ ~~$8 \cdot 90c = 720c$~~ $T_{обгон} = 720c$

Ответ: $t_{догон} = 70$ секунд, $T_{обгон} = 720c$

Задача 1.7.2 Как ни крути

Дано:
 $\langle U \rangle = \text{const}$
 $U \uparrow = U$
 $U \downarrow = 3U$
 $U \rightarrow = \text{const}$
 $U \rightarrow = ?$

I путь:



$\langle U \rangle = \frac{2U \rightarrow + U \uparrow}{3}$

$U \uparrow = U$

$U \downarrow = 3U$

$\frac{2U \rightarrow + U \uparrow}{3} = \frac{2U \rightarrow + 2U \uparrow + 3U \downarrow}{5}$

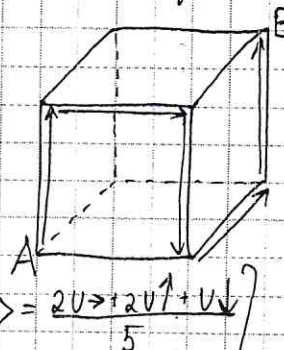
$\frac{10U \rightarrow + 5U}{15} = \frac{6U \rightarrow + 6U \uparrow + 9U}{15}$

$10U \rightarrow + 5U = 6U \rightarrow + 6U \uparrow + 9U$

$4U \rightarrow = 10U$

$U \rightarrow = 2,5U$

II путь:



$\langle U \rangle = \frac{2U \rightarrow + 2U \uparrow + U \downarrow}{5}$

$\langle U \rangle = \text{const}$

Для муравья подойдут только 2 вида пути, в остальных он либо нарушит порядок $\uparrow \rightarrow$, либо повторит вершины (те же самые пути, проделанные с другой стороны куба, мы не учитываем)

неверно вычисление $\langle U \rangle$ скоростей

Ответ: скорость муравья по горизонтальным ребрам равна $2,5U$

40

Задача 1.7.3. Кубик Рубика

Дано:
Ребро б.к. = a
Ребро м.к. = $a/3$

ρ_1

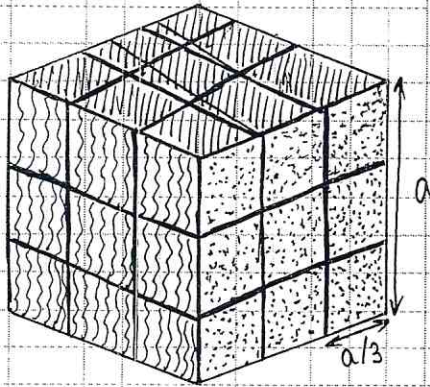
$\rho_2, V_c = V_{кон}$

~~...~~

$$\langle \rho_c \rangle = \frac{\langle \rho_k \rangle}{n}$$

$$n = 3$$

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = ?$$



В самом кубике Рубика

$3^3 = 27$ маленьких кубиков

из них на рисунке видны

только $19 + 2$

~~...~~

~~...~~

$$\langle \rho_k \rangle = \frac{19\rho_1 + 8\rho_2}{27}$$

$$\langle \rho_c \rangle = \frac{\langle \rho_k \rangle}{n}$$

$$n = 3$$

$$\frac{27\rho_1}{27} = \frac{19\rho_1 + 8\rho_2}{27}$$

$$3 \cdot \frac{27\rho_1}{27} = \frac{19\rho_1 + 8\rho_2}{27}$$

$$81\rho_1 = 19\rho_1 + 8\rho_2$$

$$62\rho_1 = 8\rho_2$$

$$\rho_2 = \frac{62}{8}\rho_1$$

$$\rho_2 = 7,75\rho_1$$

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = 7,75 + 3$$

Ответ: $\frac{\rho_2}{\rho_1} = 7,75$

Задача 1.7.4. 3D принтер

Дано!

$a = 10 \text{ см}$

$m, \text{ г}$ | $L, \text{ м}$

670 | 125

600 | 110

575 | 98

490 | 80

455 | 68

380 | 55

310 | 35

Найти:

m_0

λ

ρ

V_n

Для того, чтобы найти m_0 , построим линейный график зависимости m от L . $m = m_0 + \rho V = m_0 + \rho S L \Rightarrow$
если $L = 0$, $m = m_0$

Из графика мы выяснили, что $m_0 \approx 175 \text{ г}$ +2

$$\lambda = \frac{m - m_0}{L}$$

Возьмем точку из графика, где ~~точно~~ m и L точно видны

$$m = 337,5 \text{ г} \quad L = 40 \text{ м}$$

$$\lambda = \frac{337,5 \text{ г} - 175 \text{ г}}{40 \text{ м}} = \frac{162,5 \text{ г}}{40 \text{ м}} = 4,0625 \approx 4,2 \text{ г/м} \quad +3$$

$\rho = \frac{m - m_0}{V}$ Чтобы найти V , нужно определить площадь

сечения трубки, это можно сделать по рисунку. Для макс. точности измерим высоту всех трубок на катушке (кроме выступающего) и поделим на кол-во шоб. $2 \text{ см} : 14 \approx 1,43 \text{ мм}$ +3

$$S = (1,43 \text{ мм})^2 \approx 2 \text{ мм}^2$$

$$V = L S \quad \rho = \frac{670 \text{ г} - 175 \text{ г}}{125 \text{ м} \cdot 2 \text{ мм}^2} = \frac{495 \text{ г}}{250 \text{ см}^3} = 1,98 \text{ г/см}^3 \quad +2$$

$$V_n = V_k - V$$

$$V_k = a^3 \quad V_k = (10 \text{ см})^3 = 1000 \text{ см}^3 \quad V = 125 \text{ м} \cdot 2 \text{ мм}^2 = 250 \text{ см}^3$$

$$V_n = 1000 \text{ см}^3 - 250 \text{ см}^3 = 750 \text{ см}^3$$

Ответ: $m_0 = 175 \text{ г}$, $\lambda = 4,2$, $\rho = 1,98 \text{ г/см}^3$, $V_n = 750 \text{ см}^3$

7-15

