

Задача 2.7.1. Пусть скорости Пети и Васи - $v_п$ м/с и $v_в$ м/с соответственно. Если бы Вася плыл по течению, то на отплытие он потратил бы меньше времени, а он потратил больше. Значит, Вася плыл против течения, а Петя - по. Тогда:

• Вася...

1	2	3	4	Σ
10	10	0	12	32

отплыл на расстояние, равное

$$S_в = (v_в - v_т) t, \text{ где } v_т - \text{ скорость течения в м/с.}$$

приплыл на то же расстояние

$$S_в = (v_в + v_т) \frac{t}{2}, \text{ откуда:}$$

$$(v_в - v_т) t = (v_в + v_т) \frac{t}{2} \Rightarrow v_в - v_т = 0,5(v_в + v_т) \Rightarrow 2v_в - 2v_т = v_в + v_т \Rightarrow v_в = 3v_т.$$

• Петя...

отплыл на расстояние, равное

$$S_п = (v_п + v_т) t, \text{ и}$$

приплыл на то же расстояние,

$$S_п = (v_п - v_т) \cdot 2t, \text{ откуда:}$$

$$(v_п + v_т) t = (v_п - v_т) \cdot 2t \Rightarrow v_п + v_т = 2v_п - 2v_т \Rightarrow v_п = 3v_т.$$

Значит, $v_в = 3v_т = v_п$, т.е. скорости мальчиков равны и в 3 раза больше скорости течения.

Ответ: оба мальчика плывут с одинаковыми скоростями; их скорости в 3 раза больше скорости течения реки.

График движения мальчиков - зр. 1.

Задача 2.7.2. Пусть скорости Вовы и Глеба - v_B км/ч и v_T км/ч соответственно. Из графика видно, что до привала Глеб проехал 5 км, а Вова удалился от него на $2 \cdot 15$ км, т.е. проехал 20 км. Значит, скорость Вовы больше скорости Глеба в 4 раза:

$$v_B = 4v_T$$

До привала Вова проехал 20 км, во время привала - ещё 5, а после - в 4 раза больше, чем Глеб (вместе они проехали и прошли 20 км), т.е. 16 км. Значит, в сумме Вова проехал $20 + 5 + 16 = 41$ км. Он ехал 2 ч не останавливаясь, значит, его скорость - $\frac{41 \text{ км}}{2 \text{ ч}} = 20,5$ км/ч. А скорость Глеба - $v_T = \frac{v_B}{4} = \frac{20,5 \text{ км/ч}}{4} = 5,125$ км/ч. До привала Глеб проехал 5 км, а после привала - ещё 4 км. Значит, времени на похождение от затратки $\frac{5}{v_T} + \frac{4}{v_T} = 9 \cdot \frac{1}{v_T}$. А всего на путь он затратил

$$\frac{9}{v_T} + t = 2 \text{ ч}$$

$$t = 2 \text{ ч} - \frac{9 \text{ км}}{5,125 \text{ км/ч}} = 2 \text{ ч} - \frac{360}{205} = 2 - \frac{72}{41} = 1 - \frac{32}{41} = \frac{10}{41} \approx 0,244 = 14,4 \text{ мин}$$

Ответ: 41 км; 14,4 мин; Вова - 20,5 км/ч, Глеб - 5,125 км/ч.

108

Задача 2.7.4. Я построил нужные графики (гр. 2, гр. 3 и гр. 4), и теперь не трудно найти ответы:

- время отправления - 10 и 20 мин, или 10-20 +1
- скорость - 36 км за 18 мин, т.е. 2 км/мин, или 120 км/ч.
- искомое расстояние - 59 км +2
- длительность остановки - 9,5 мин. +2

Ответ: 10-20; 120 км/ч; 59 км; 9,5 мин.

Задача 1.7.2. Поскольку муравей должен переползти с „нижнего“ этажа на „верхний“, то проходов по вертикальным ребрам вверх должно быть больше на 1, чем вниз, и притом, сумма этих проходов - нечётна. Значит, муравей мог бы пройти либо три ребра (ACDB) либо 5 ребер (AFDCEB). В 1-м случае средняя скорость:

$$v_{ср1} = \frac{S_1}{t_1} = \frac{3a}{2\frac{a}{v_f} + \frac{a}{v}} = \frac{3}{\frac{2v+v_f}{v v_f}} = \frac{3v v_f}{2v+v_f}, \text{ где } v_f - \text{искривая ско-}$$

рость. А во 2-м случае:

$$v_{ср2} = \frac{S_2}{t_2} = \frac{5a}{2\frac{a}{v_f} + 2\frac{a}{v} + \frac{a}{3v}} = \frac{5}{\frac{2}{v_f} + \frac{7}{3v}} = \frac{5}{\frac{6v+7v_f}{3v v_f}} = \frac{15v v_f}{6v+7v_f}.$$

А поскольку средние скорости равны, то:

$$\frac{3v v_f}{2v+v_f} = \frac{15v v_f}{6v+7v_f}$$

$$6v+7v_f = 5 \cdot (2v+v_f)$$

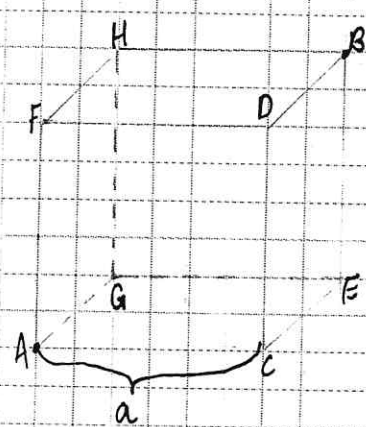
$$6v+7v_f = 10v+5v_f$$

$$2v_f = 4v$$

$$v_f = 2v$$

Ответ: $2v$.

100



1	2	3	4	Σ
10	10	8	4	32

Примечание: два нарисованы не показаны но объяснение является исчерпывающим

Задача 1.7.3. $\rho_{ср.1}$ - средняя плотность до замены, $\rho_{ср.2}$ - после замены.

$$\rho_{ср.1} = \frac{m_1}{V} = \frac{\rho_1 \cdot 27 \left(\frac{a}{3}\right)^3}{a^3} = \frac{\rho_1 \cdot a^3}{a^3} = \rho_1 \quad +1$$

$$\rho_{ср.2} = \frac{m_2}{V} = \frac{\rho_1 \cdot 19 \left(\frac{a}{3}\right)^3 + \rho_2 \cdot 8 \left(\frac{a}{3}\right)^3}{a^3} = \frac{(19\rho_1 + 8\rho_2) \cdot \frac{a^3}{27}}{a^3} = \frac{19\rho_1 + 8\rho_2}{27} \quad +4$$

Известно, что:

$$\rho_{ср.2} = 3\rho_{ср.1} \Rightarrow \frac{19\rho_1 + 8\rho_2}{27} = 3\rho_1$$

$$19\rho_1 + 8\rho_2 = 81\rho_1$$

$$8\rho_2 = 62\rho_1$$

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{62}{8} = 7,75$$

Ответ: 7,75. $+3$

Задача 1.7.4. Всего было использовано $670 - 310 = 360$ кг проволоки, или $125 - 35 = 90$ м. Откуда находим линейную плотность:

$$\lambda = \frac{360 \text{ кг}}{90 \text{ м}} = 4 \text{ кг/м.}$$

Изначально проволока на катушке была $4 \text{ кг/м} \cdot 125 \text{ м} = 500$ кг, значит:

$$m_0 = 670 \text{ кг} - 500 \text{ кг} = 170 \text{ кг.}$$

Методом рядов находим сторону проволоки - $\frac{1}{4}$ см. Откуда плотность проволоки:

$$\rho = \frac{m_{\text{проволоки}}}{V_{\text{проволоки}}} = \frac{4 \text{ кг}}{1 \text{ м} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^2 \text{ см}^2} = \frac{4 \text{ кг}}{100 \cdot \frac{121}{16} \text{ см}^3} \approx 5,3053 \text{ кг/см}^3$$

А объём полости - разность объёмов кубика и проволоки в кубике:

$$V = V_{\text{куб}} - V_{\text{пров}} = 10^3 \text{ см}^3 - \frac{m_{\text{пров}}}{\rho_{\text{пров}}} = 1000 \text{ см}^3 - \frac{670 \text{ кг} - 310 \text{ кг}}{\frac{64}{121} \frac{\text{кг}}{\text{см}^3}} = 1000 \text{ см}^3 - 680,625 \text{ см}^3 = 319,375 \text{ см}^3$$

Ответ: $m_0 = 170$ кг, $\lambda = 4$ кг/м, $\rho \approx 5,3053$ кг/см³, $V = 319,375$ см³

Задача 1.7.1. Время, за которое А пробегает круг:

$$T_A = \frac{0,5S}{2v} + \frac{0,5S}{v} = \frac{1,5S}{2v} = \frac{4}{3} \frac{S}{v} = 90c$$

$$\frac{S}{v} = 120c$$

Время пробега одного круга секунды В - T_B :

$$S = 0,5T_B \cdot v + 0,5T_B \cdot 2v = 1,5T_B v$$

$$1,5T_B = \frac{S}{v} = 120c$$

$$T_B = 80c$$

Бегун В за 90с. пробегает расст. $40v$ от старта, а бегун А пробегает полкруга за $\frac{60v}{2v} = 30c$, а ещё за $10c - 10v$. Ит.е. он за 40с. пробегает $60v + 10v = 70v$ от старта. Остаётся только В догнать А, и он это делает за $40 \times \frac{70v - 40v}{2v - v} = 70c$ от старта, значит, $t = 70c$. Поскольку В пробегает круг за 80с, а А - за 90с, то В должен обогнать А на один круг. Средняя скорость В на круг -

$$v_{\text{ср.В}} = \frac{S}{T_B} = \frac{120v}{80} = 1,5v \text{ м/с, а средняя скорость А - } v_{\text{ср.А}} = \frac{S}{T_A} = \frac{120v}{90} = \frac{4}{3}v \text{ м/с.}$$

Аналогично В, но В обязательно в конце круга обогнать А. Итак, В переломит А на 1 круг за $\frac{S}{v_{\text{ср.В}} - v_{\text{ср.А}}} = \frac{120v}{1,5v - \frac{4}{3}v} = \frac{120}{\frac{1}{6}} = 720c = 12 \text{ мин.}$, значит, $T = 12 \text{ мин.}$

Ответ: $t = 70c$, $T = 12 \text{ мин.}$