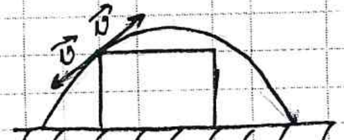
1	2	3	4	Σ
7	3,5	9	17	36,5

Задача № 1.



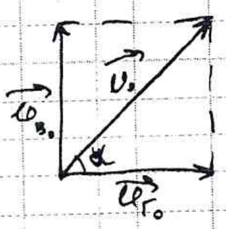
Заметим, что траектории двух камушков образуют ~~пр~~ параболу => можно заменить на одно тело, брошеное под углом к горизонту.

Заметим, что траектория симметрична, а любая мгновенная скорость направлена по касательной к ней.

Это значит, что $\alpha = \beta$, при этом $\alpha + \beta = 90^\circ$

$\Rightarrow \alpha = \beta = 45^\circ$. Так же $|\vec{v_0}| = |\vec{v_1}|$ (из симметрии)

Разложим $\vec{v_0}$ на составляющие $\vec{v_{в0}}$ и $\vec{v_{г0}}$



$v_{г0} = v_0 \cdot \cos\alpha$

$v_{в0} = v_0 \cdot \sin\alpha$

Сопротивлением воздуха можно пренебречь

$\Rightarrow \vec{v_г} = \vec{v_{г0}} = Const \Rightarrow$ ~~$v_{в1_x} = v$~~ $\vec{v_{в1}} = -\vec{v_{в0}}$

$\vec{v_1} = \vec{v_0} + \vec{g} t_0$

$Oy: -v_{в0} = v_{в0} - \vec{g} t_0$

$2 v_{в0} = g t_0$

$v_{в0} = \dfrac{g t_0}{2}$

$t_1 \neq t_2 \Rightarrow \vec{v}$ направлена под углом к горизонту

$\begin{cases} \Rightarrow 2t_1 = t_2 \\ t_1 + t_2 = t_0 \end{cases}$

$$\begin{cases} t_1 = \frac{t_0}{3} \\ t_2 = \frac{2}{3} t_0 \\ h = 0 + v_{в0} t_1 - \frac{g t_1^2}{2} \end{cases}$$

1. 2
2. 2
3. 2
4. 1
5. 0
6. 0

/7

$$\begin{cases} h = \frac{v_{в0} t_0}{3} - \frac{g t_0^2}{18} \\ v_0 = \frac{g t_0}{2} \end{cases}$$

$$h = \frac{g t_0^2}{6} - \frac{g t_0^2}{18} = \frac{3 g t_0^2 - g t_0^2}{18} = \frac{g t_0^2}{9}$$

$$h = \frac{10\,м/с^2 \cdot 3с \cdot 3с}{9} = 10м$$

$$\vec{v} = \vec{v_0} - \vec{g} t_1$$

$$\begin{cases} ox: \ v_г = v_{г0} \\ oy: \ v_в = v_{в0} - g t_1 \\ v = \sqrt{v_в^2 + v_г^2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_г = v_0 \cdot \cos\alpha \\ v_в = v_0 \cdot \sin\alpha - \frac{g t_0}{3} \end{cases}$$

$$v = \sqrt{v_0^2 \cdot \cos^2\alpha + \left(v_0 \cdot \sin\alpha - \frac{g t_0}{3}\right)^2}$$

$$v = \sqrt{\frac{g^2 t_0^2}{4} \cdot \cos^2\alpha + \left(\frac{g t_0 \cdot \sin\alpha}{2} - \frac{g t_0}{3}\right)^2} =$$

$$= \sqrt{\frac{g^2 t_0^2 \cdot \cos^2\alpha}{4} + \left(\frac{3 g t_0 \cdot \sin\alpha - 2 g t_0}{6}\right)^2} =$$

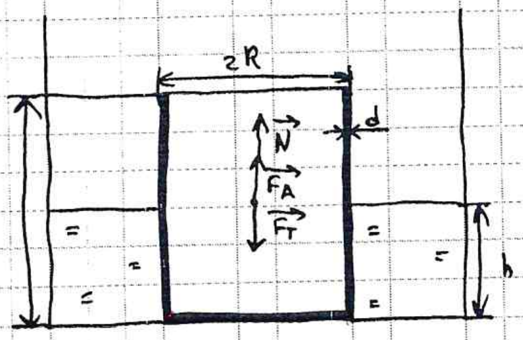
$$= \sqrt{\frac{g^2 t_0^2 \cdot \cos^2\alpha}{4} + \left(\frac{g t_0 (3\sin\alpha - 2)}{6}\right)^2} =$$

$$= \sqrt{\frac{g^2 t_0^2 \cdot \cos^2\alpha}{4} + \frac{g^2 t_0^2 (3\sin\alpha - 2)^2}{36}} = \sqrt{\frac{g^2 t_0^2 (9\cos^2\alpha + (3\sin\alpha - 2)^2)}{36}} =$$

$$= \frac{g t_0}{6} \sqrt{9\cos^2\alpha + (3\sin\alpha - 2)^2}$$

$$v = \frac{10\,м/с^2 \cdot 3с}{6} \sqrt{9 \cdot 0{,}5 + \cancel{4}\ 0{,}015} = \cancel{\frac{30\,м/с \cdot 2{,}12 \cdot}{6}} \quad \frac{30\,м/с \cdot 2{,}12}{6} = 10{,}6$$

Задача № 2.



$\vec{F_A} + \vec{F_T} = \vec{N}$ (II)

$F_T - F_A = N$

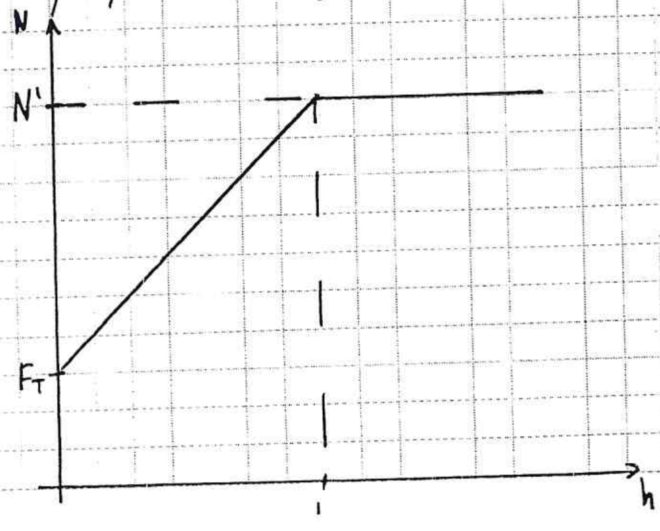
$$\begin{cases} F_T = mg \\ F_T - F_A = N \\ m = 20V\rho \\ V = \pi R^2 L - \pi (R-d)^2 (L-d) = \pi R^2 L - \pi (R-d)^2 L + \pi (R-d)^2 d = \\ = \pi L (R^2 - R^2 - d^2 + 2Rd) + \pi (R-d)^2 d = \pi L d (2R-d) + \pi d (R-d)^2 \\ F_A = \rho V_{пч} g \\ V_{пч} = \pi R^2 h \text{ (при } h \le L) \\ V_{пч} = \pi R^2 L \text{ (при } h > L) \end{cases}$$

при $h \le L$ $N = 20(\pi L d(2R-d) + \pi d (R-d)^2)\rho g - \pi R^2 h \rho g =$

$= \pi \rho g (20 L d(2R-d) + d(R-d)^2 - R^2 h)$

при $h > L$ $N' = \pi \rho g (20 L d(2R-d) + d(R-d)^2 - R^2 L)$

График $N(h)$



$F_T = 20\rho g \pi (Ld(2R-d) + d(R-d)^2)$

N на $0 \le h \le L$ изменяется линейно т.к. $N(h)$ линейна и h изм. линейно (по формуле $N(h)$)

Задача 2. Продолжение

F_A максимальна при $h \geq L$ и равна

$F_A' = \pi R^2 L \rho g$

Чтобы стакан всплыл необходимо:

$F_A' > F_T$

$\pi R^2 L \rho g > 20 \rho g \pi (Ld(2R-d) + d(R-d)^2)$

$R^2 L > 20d(L(2R-d) + (R-d)^2)$

$R^2 L > \cancel{20}\, 40dLR - 20d^2L + 20d(R^2 + d^2 - 2Rd)$

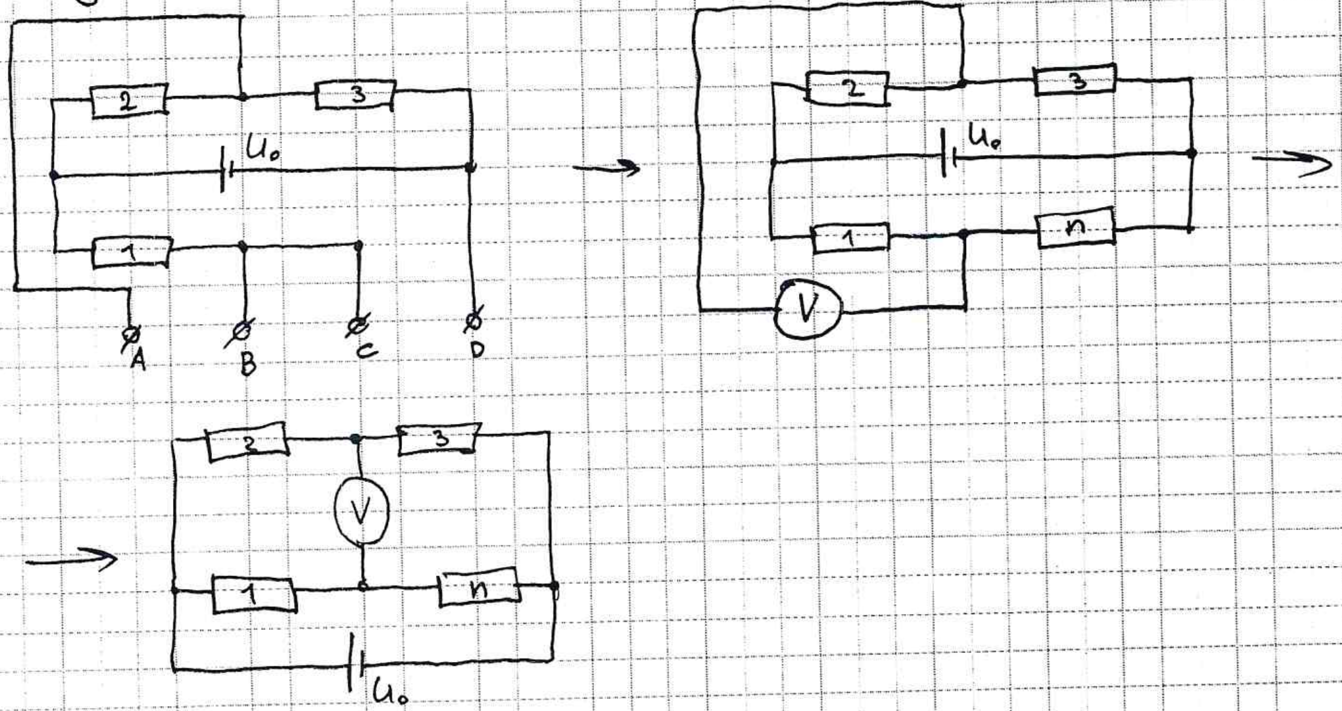
$R^2 L > 40LRd - 20Ld^2 + 20d^3 + 20dR^2 - 40Rd^2$

$R^2 L > 40LRd - d^2(20L + 40R) + 20d^3$

1,5
1. 1
2. 0
3. 1 + 1 + 0
4. 0
5. 0

3,5

Задача 4.



$$\begin{cases} U = U_2 - U_1 \\ U_0 = U_2 + U_3 = U_1 + U_n \\ \dfrac{U_2}{R_2} = \dfrac{U_3}{R_3} \\ U_3 = \dfrac{R_3 U_2}{R_2} = kU_2 \\ \dfrac{U_1}{R_1} = \dfrac{U_n}{nR_1} \\ U_n = nU_1 \end{cases}$$

$$U_0 = U_2(k+1) = U_1(n+1)$$

$$U_2 = \frac{U_0}{k+1}$$

$$U_1 = \frac{U_0}{n+1}$$

5б

$$U = \frac{U_0(n+1-k-1)}{(k+1)(n+1)} = \frac{U_0(n-k)}{(k+1)(n+1)} = \frac{U_0}{k+1} - \frac{U_0}{n+1}$$ (График к 1)

$$z(n) = \frac{1}{n+1}$$

Всероссийская олимпиада школьников
Региональный этап 2020/2021 учебный год

ЛИСТ 6 ИЗ 8	9-01
	ШИФР (заполняется Оргкомитетом)

$U(z) = \frac{U_0}{k+1} - U_0 z = U_0\left(\frac{1}{k+1} - z\right)$ (график № 2) 4б

Нет таблицы данных -1б

$-U_0$ - угловой коэффициент графика $U(z)$

$-U_0 = \frac{4\,B}{-0,335} \approx -12\,B$

$\frac{U_0}{k+1}$ - значение $U(z)$, при $z=0$

$\frac{U_0}{k+1} = 7,5\,B$

$(k+1)\cdot 7,5\,B = 12\,B$

$7,5k = 4,5$

$k = 0,6$

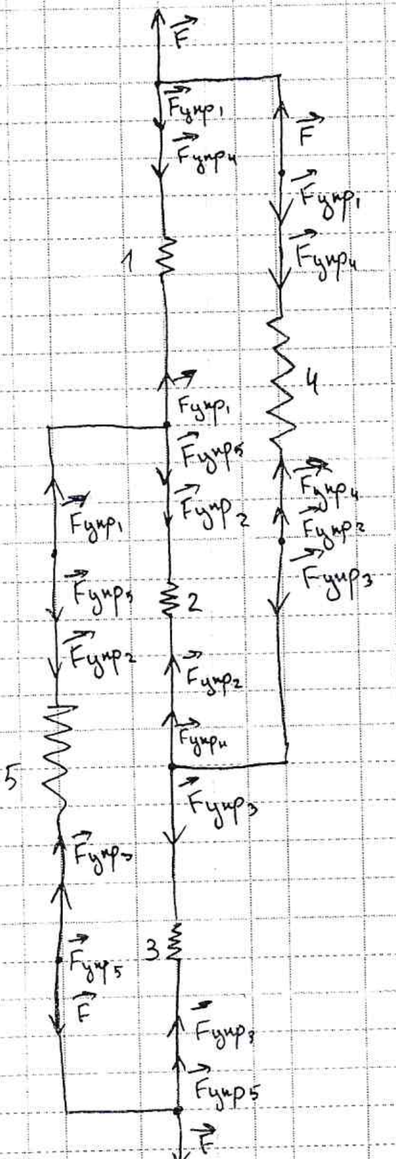
Ответ: $U_0 = 12\,B$, $k = 0,6$

2б 1б

1	2	3	4	5
5	2,5	4	2,5	3

= 17б

Задача 3.



по II з-ну Ньютона:

$$\begin{cases} F = F_{упр_1} + F_{упр_4} \\ F_{упр_1} = F_{упр_5} + F_{упр_2} \\ F_{упр_2} + F_{упр_4} = F_{упр_3} \\ F_{упр_3} + F_{упр_5} = \cancel{F_{упр}}\ F \\ \cancel{F_{упр_1} = F} \\ \Delta l_1 + \Delta l_2 = \Delta l_4 \\ \Delta l_2 + \Delta l_3 = \Delta l_5 \\ F_{упр_1} = \Delta l_1 k_1 \\ F_{упр_2} = \Delta l_2 k_1 \\ F_{упр_3} = \Delta l_3 k_1 \\ F_{упр_4} = \Delta l_4 k_2 \\ F_{упр_5} = \Delta l_5 k_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} F = \Delta l_1 k_1 + \Delta l_1 k_2 + \Delta l_2 k_2 \\ F = \Delta l k = k(\Delta l_1 + \Delta l_2 + \Delta l_3) \\ \Delta l_1 k_1 = \Delta l_2 k_2 + \Delta l_3 k_2 + \Delta l_2 k_1 \\ \Delta l_2 k_1 + \Delta l_1 k_2 + \Delta l_2 k_2 = \Delta l_3 k_1 \\ F = \Delta l_3 k_1 + \Delta l_2 k_2 + \Delta l_3 k_2 \end{cases}$$

$$\Delta l_1 k_1 + \Delta l_1 k_2 + \cancel{\Delta l_2 k_2} = \Delta l_3 k_1 + \cancel{\Delta l_2 k_2} + \Delta l_3 k_2$$

$$\Delta l_1 (k_1 + k_2) = \Delta l_3 (k_1 + k_2)$$

$$\begin{cases} \Delta l_1 = \Delta l_3 \\ \Delta l_1 k_1 = \Delta l_2 k_2 + \Delta l_3 k_2 + \Delta l_2 k_1 \end{cases}$$

$$\Delta l_1 (k_1 - k_2) = \Delta l_2 (k_1 + k_2)$$

$$\Delta l_2 = \frac{\Delta l_1 (k_1 - k_2)}{k_1 + k_2}$$

1. 1
2. 2
3. 2
4. 2
5. 2

9

Задача 3. Продолжение

$$\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2 + \Delta l_3 = 2\Delta l_1 + \frac{\Delta l_1 (k_1 - k_2)}{k_1 + k_2} = \Delta l_1 \frac{2(k_1+k_2)+(k_1-k_2)}{k_1+k_2} =$$

$$= \frac{\Delta l_1 (2k_1 + 2k_2 + k_1 - k_2)}{k_1 + k_2} = \frac{\Delta l_1 (3k_1 - k_2)}{k_1 + k_2}$$

$$\frac{k \Delta l_1 (3k_1 - k_2)}{k_1 + k_2} = \Delta l_1 (k_1 + k_2) + \frac{\Delta l_1 (k_1 - k_2) k_2}{k_1 + k_2}$$

$$k \Delta l_1 (3k_1 - k_2) = \Delta l_1 (k_1 + k_2)^2 + \Delta l_1 (k_1 - k_2) k_2$$

$$k(3k_1 - k_2) = k_1^2 + k_2^2 + 2k_1k_2 + k_1k_2 - k_2^2$$

$$k(3k_1 - k_2) = k_1^2 + 3k_1k_2$$

$$k(3k_1 - k_2) = k_1(k_1 + 3k_2)$$

$$k = \frac{k_1(k_1 + 3k_2)}{3k_1 - k_2}$$

Если пружина 2 сжимается, то это значит, что $\Delta l_2 < 0$ (Δl_1 при растяжении всей системы всегда >0)

$$\Rightarrow \frac{\Delta l_1 (k_1 - k_2)}{k_1 + k_2} < 0$$

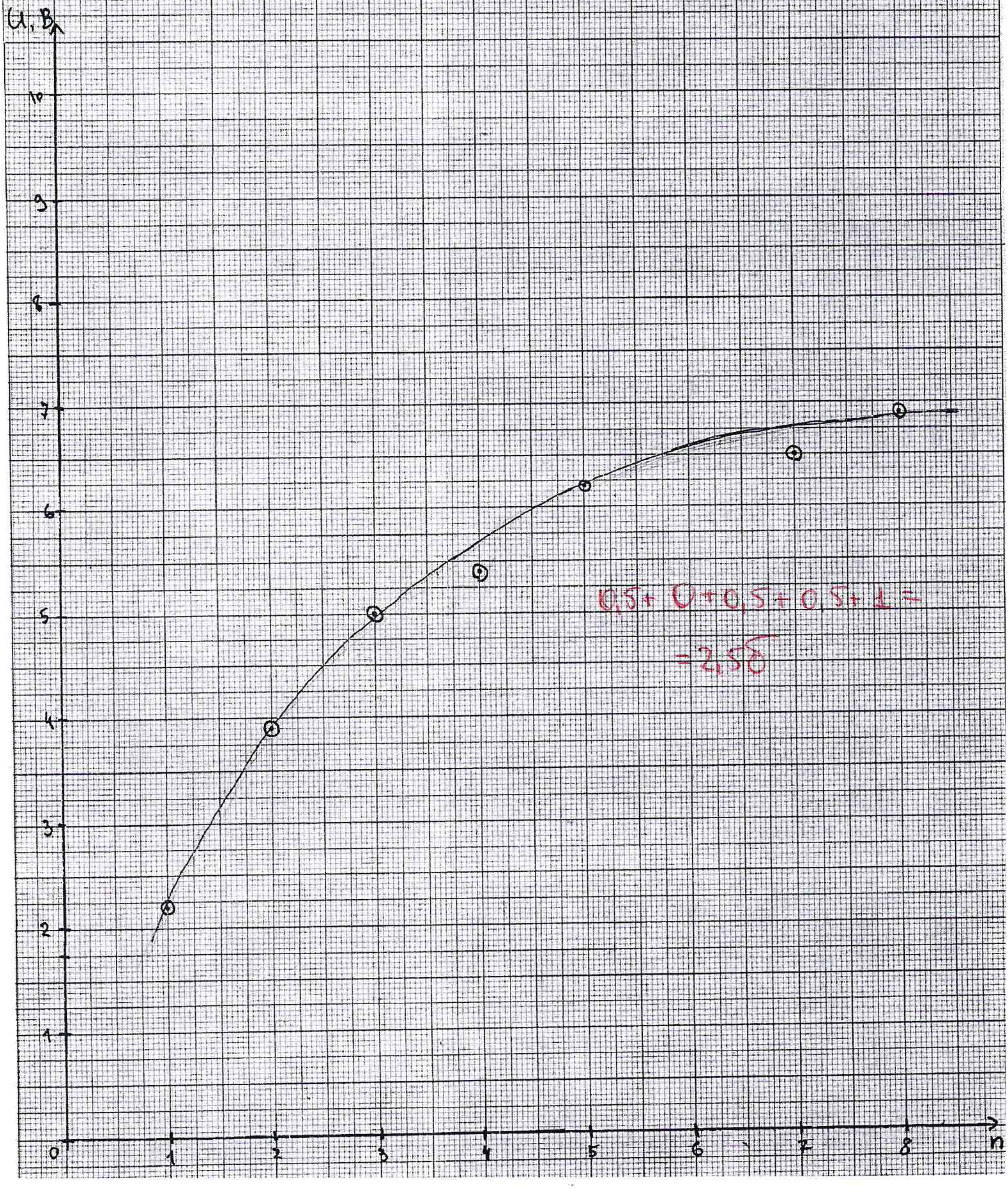
$$k_1 - k_2 < 0$$

$$k_1 < k_2$$

9-01

Задача № 4. График U(n)

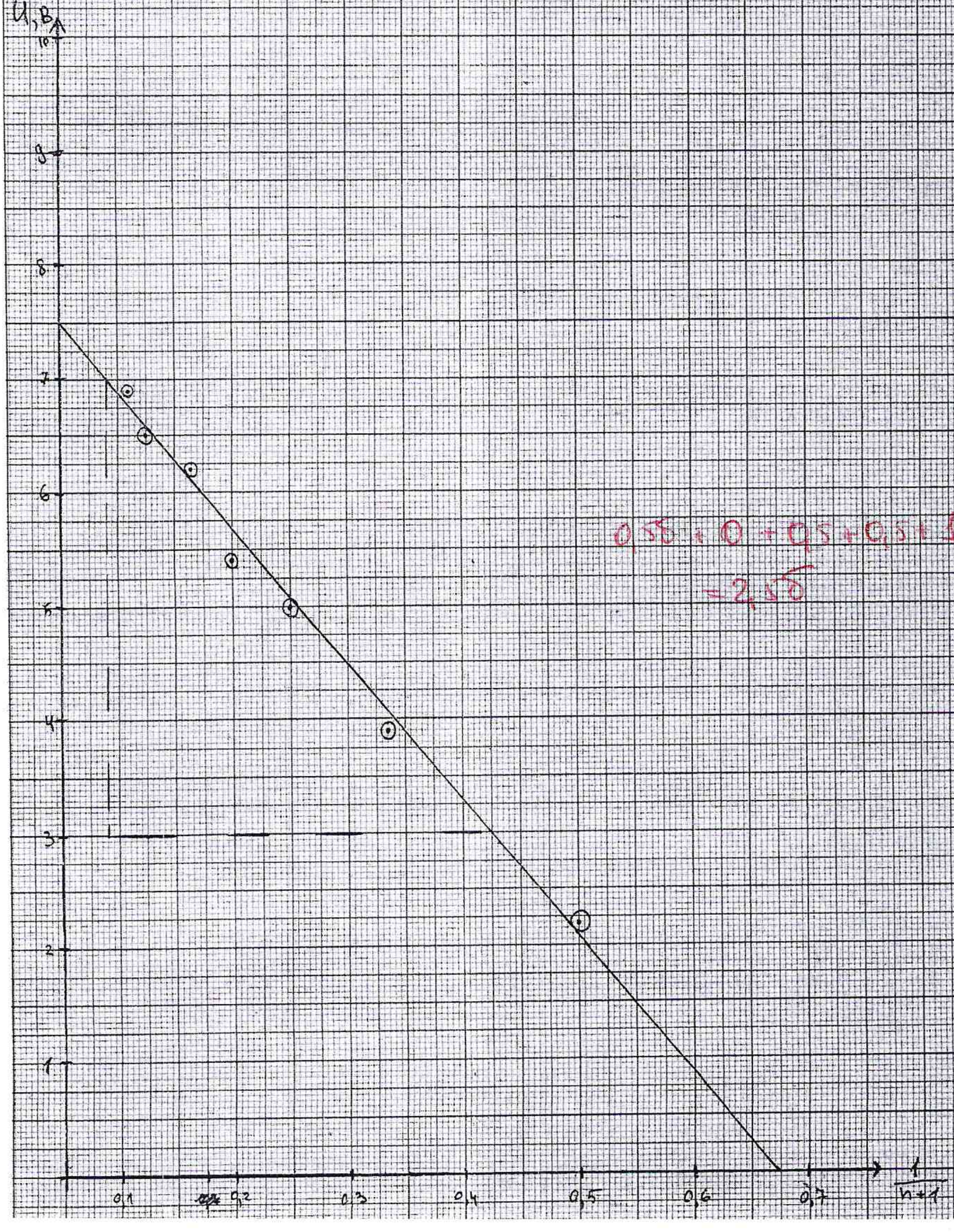
График № 1



0,5 + 0 + 0,5 + 0,5 + 1 =
= 2,5б

Задача № 4. График $U(z)$, где $z(n) = \frac{1}{n+1}$

График № 2.



0,5б + 0 + 0,5 + 0,5 + 1 =
= 2,5б

1	2	3	4	Σ
10	2	6	12	30

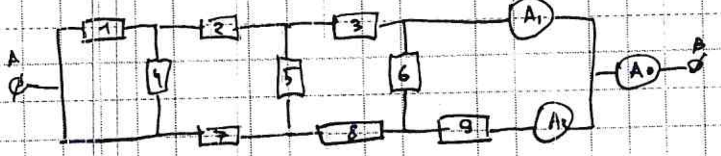
Всероссийская олимпиада школьников
Региональный этап 2020/2021 учебный год

ЛИСТ 1 ИЗ 8

9-01

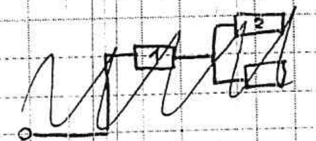
ШИФР (заполняется Оргкомитетом)

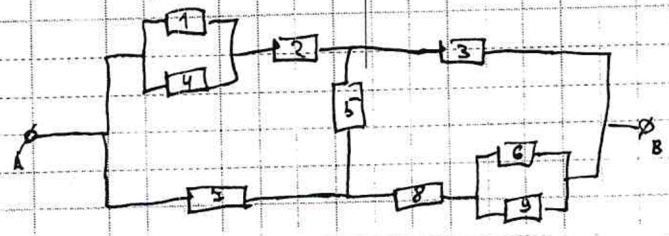
Задача № 3



Заметим, что через A_1 течёт ток, равный сумме токов через р.3 и р.6, а через A_2 тот же ток, что и через р.9.

Перерисуем схему: без амперметров.

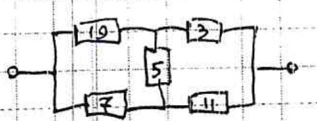




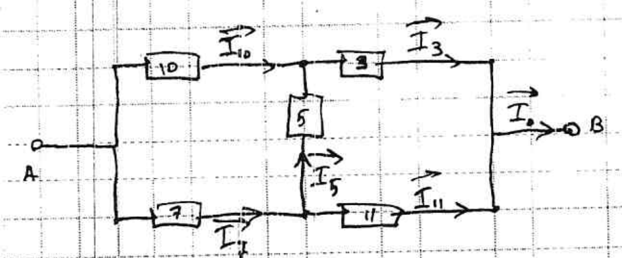
Заменим ~~схемы~~ участки схемы

на эквивалентные им р.10 и р.11

$R_{10} = R_{11} = R + \frac{R \cdot R}{R+R} = 1{,}5R$, где R – сопротивление р.1 – 9



Рассмотрим распределение токов в схеме



$$\begin{cases} U_3 = U_{11} \\ U_3 = RI_3 \\ U_{11} = 1{,}5RI_{11} \end{cases}$$

$RI_3 = 1{,}5RI_{11}$

$$\begin{cases} I_3 = 1{,}5I_{11} \\ I_3 + I_{11} = I_0 \end{cases}$$

1. 3
2. 3
3. 0
4. 0

6

$2{,}5 I_3 = I_0$

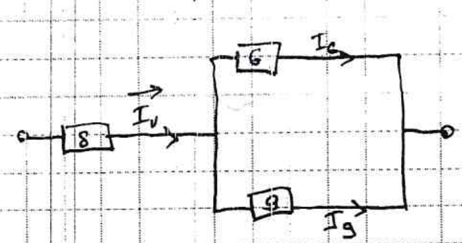
$I_3 = \frac{I_0}{2{,}5}$

$I_{11} = \frac{1{,}5 I_0}{\cancel{3}\,2{,}5}$

$I_3 = 3{,}6$ мА

$I_{11} = 5{,}4$ мА

Рассмотрим распределение токов в участке схемы (2)



$$\begin{cases} U_6 = U_9 \\ U_6 = I_6 R \\ U_9 = I_9 R \end{cases}$$

$$\begin{cases} I_6 = I_9 \\ I_{11} = I_6 + I_9 \end{cases}$$

$I_6 = I_9 = \frac{I_{11}}{2}$

$I_6 = I_9 = 2{,}7$ мА

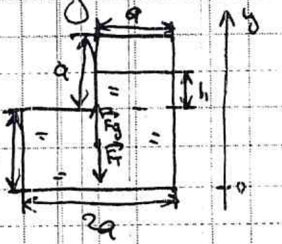
$I_{A_1} = I_3 + I_6$

$I_{A_2} = I_9$

$I_{A_1} = 6{,}3$ мА

$I_{A_2} = 2{,}7$ мА

Задача № 2.



V_0 - общий объём сосуда

V_1 - объём нижней части (высотой a) сосуда

$V_0 = (4a^2 - a^2)\cdot a = 3a^3$

$V_1 = 2a \cdot a \cdot a = 2a^3$

$\frac{5}{6}V_0 = \frac{5}{2}a^3 = 2,5a^3 = V'$ — заполненый объём

$$\begin{cases} V' > V_1 \Rightarrow h = \frac{V' - V_1}{S} \\ S = a^2 \end{cases}$$

1 2
2 0
3 0
4 0
5 0
6 0

2

$h = \frac{2,5a^3 - 2a^3}{a^2} = 0,5a$

~~$\vec{F_T} = \vec{F_g}$ (II) — перед вытеканием~~

~~$F_T = F_g$~~

$\vec{F_T} + \vec{F_g} = 0$ (II) перед вытеканием

oy: $F_g - F_T = 0$

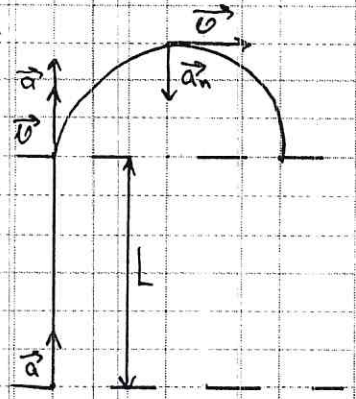
$\begin{cases} F_g = F_T \\ F_T = Mg, \text{ где } M - \text{масса сосуда} \\ F_g = pS_1, \text{ где } p - \text{давление на в левую часть верхней грани, а } S_1 - \text{её площадь} \\ p = \rho g h \\ S_1 = a \cdot a = a^2 \end{cases}$

$$\begin{cases} Mg = \rho g h a^2 \\ h = 0,5a \end{cases}$$

$Mg = 0,5\rho g a^3$

$M = 0,5\rho a^3 = 0,5 \cdot 1 г/см^3 \cdot 1000 см^3 = 500 г$

Задача 1.



t' – время движения до CD по прямой
t'' – время движ. по окружности

$$\begin{cases} v = at' \\ L = \dfrac{at'^2}{2} \\ t' = \sqrt{\dfrac{2L}{a}} \\ a_n = \dfrac{v^2}{R} \\ R = \dfrac{v^2}{a_n} \\ \pi R = vt'' \end{cases}$$

1. 2
2. 1
3. 1
4. 1
5. 0
6. 0

10

$$\begin{cases} \dfrac{\pi v^2}{a_n} = vt'' \\ v = \sqrt{2La} \\ t_2 = t' + t'' \end{cases}$$

$$\begin{cases} t'' = \dfrac{\pi\sqrt{2La}}{a_n} \\ t' = \sqrt{\dfrac{2L}{a}} \end{cases}$$

$$t_2 = \frac{\pi\sqrt{2La}}{a_n} + \frac{\sqrt{2L}}{\sqrt{a}} = \frac{\pi a\sqrt{2L} + a_n\sqrt{2L}}{\sqrt{a}\,a_n} = \frac{\sqrt{2L}\,(\pi a + a_n)}{a_n\sqrt{a}}$$

t_2 минимально, когда $\dfrac{\pi a + a_n}{a_n\sqrt{a}}$ минимально

$t_1 = t_2$ при $a = a_n = a_{max}$

$$t_1 = \frac{\sqrt{2L}\,(\pi a_{max} + a_{max})}{a_{max}\sqrt{a_{max}}} = (\pi + 1)\sqrt{\frac{2L}{a_{max}}}$$

Чтобы пройти закруглённый участок за минимальное t'' a_n должно быть максимальным, т.е. $a_n = a_{max}$

А чтобы пройти L за мин. t' a должно быть как можно больше => $a = a_{max}$
Значит, $t_1 = t_{2min}$

Задача 4

Построим график $m(\tau)$ и заметим, что на промежутке $\tau \in [0; 3]$ мин зависимость $m(\tau)$ линейна => цилиндр поместили в азот после 3 мин.

для $(0 \le \tau \le 3)$ мин:

$\lambda_0 m = N\tau$

$\frac{\Delta m}{\tau} = \frac{N}{\lambda}$

$\frac{N}{\lambda} = \frac{\cancel{0,232\,кг}\ 18\,г}{180\,с} = \cancel{0,0013\,кг/с} = \cancel{1,3\,г/с}\ 0,1\,г/с$

$\cancel{\frac{\lambda}{N} = \frac{180\,с}{0,232\,кг} = 775,9\,\frac{с}{кг}}$

Проведём на графике прямую от точки $m = 289,5$ г $\tau = 4$ мин с тем же угловым коэффициентом, что и у прямой $\tau \in [0; 3]$ мин.

для $\tau \in [4; 12]$ мин

$\lambda_0 m_A = kM + N\tau$

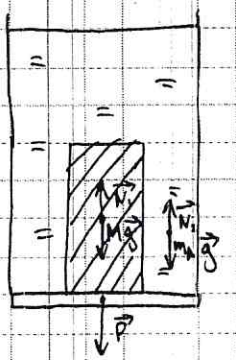
Построим график $c(t)$, возьмём такое $\Delta t \to 0$, что c можно считать постоянным, тогда

$\Delta Q = cM\Delta t = \Delta kM$

$\Delta k = c\Delta t$, т.е. Δk численно равно площади под графиком, а $k = \sum \Delta k$, т.е. тоже численно равно площади под графиком

Перестроим график $m(\tau)$ в $m_A(\tau)$

ЛИСТ 7 ИЗ 8	9-01 ШИФР (заполняется Оргкомитетом)



$$\begin{cases} M\vec{g} + \vec{N_1} = 0 \ (\text{II}) \\ m_A\vec{g} + \vec{N_2} = 0 \ (\text{II}) \\ \vec{P} = \vec{N_1} + \vec{N_2} \ (\text{III}) \end{cases}$$

$$P = (M + m_a)g$$

Т.е. для построения $m_A(\tau)$ необходимо из всех значений m вычесть M. при $\tau \in [4; 12]$

τ, мин	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
m, г	250,0	244,0	238,0	232,0	219,5	200,5	181,5	162,5	150	144	138	132	126

$$\lambda \Delta m_A = N\Delta\tau + M\left(\frac{c_t + c_{t_0}}{2}\right)(t_0 - t)$$

$$C(t) = \cancel{c_1(t - t_1) + \Delta c} \quad c_1 + \Delta c(t - t_1),$$

где $c_1 = 300 \frac{Дж}{кг \cdot °C}$

$t_1 = -200°C$

$\Delta c = 3{,}6 \frac{Дж}{кг \cdot °C}$ (из графика)

$$\lambda \Delta m_A = N\Delta\tau + M\left(\frac{c_1 + \Delta c(t - t_1) + c_1 + \Delta c(t_0 - t_1)}{2}\right)(t_0 - t)$$

$$\lambda \Delta m_A = N\Delta\tau + M\left(c_1 + \frac{\Delta c(2t_1 - t_0 - t)}{2}\right)(t_0 - t)$$

$$\lambda \Delta m_A = N\Delta\tau + Mc_1(t_0 - t) + M\left(\Delta c t_1 - \frac{\Delta c(t_0 + t)}{2}\right)(t_0 - t)$$

$$\lambda \Delta m_A = N\Delta\tau + Mc_1(t_0 - t) + M\Delta c\left(t_1 - \frac{t_0 + t}{2}\right)(t_0 - t)$$

Проведя касательные к т. 1 и 2 на гр. 3 можно найти

$$\frac{N+N_1}{\lambda} = \frac{33,5г}{72} = 0,47 г/с$$

$$\frac{N+N_2}{\lambda} = \frac{8,5г}{120с} = 0,07 г/с$$

$\lambda \Delta m_A' = N + N_1$

$\lambda \Delta m_A'' = N + N_2$

$$\frac{N_1}{\lambda} = 0,37 г/с$$

Из гр. 3 от момента погружения цилиндра до 4 мин выкипело 7 г азота только под воздействием цилиндра. $\Delta m_1 = 7г$

$N_1 \tau = \cancel{M(} Mc_1(t_0 - t) + M_\Delta c(t_1 - \frac{t_0+t}{2})(t_0 - t)$

$N_1 \tau = Mc_1 \Delta t + M_\Delta c(t_1 - t_0 - \frac{\Delta t}{2})\Delta t$

$t_0 = 24°C$

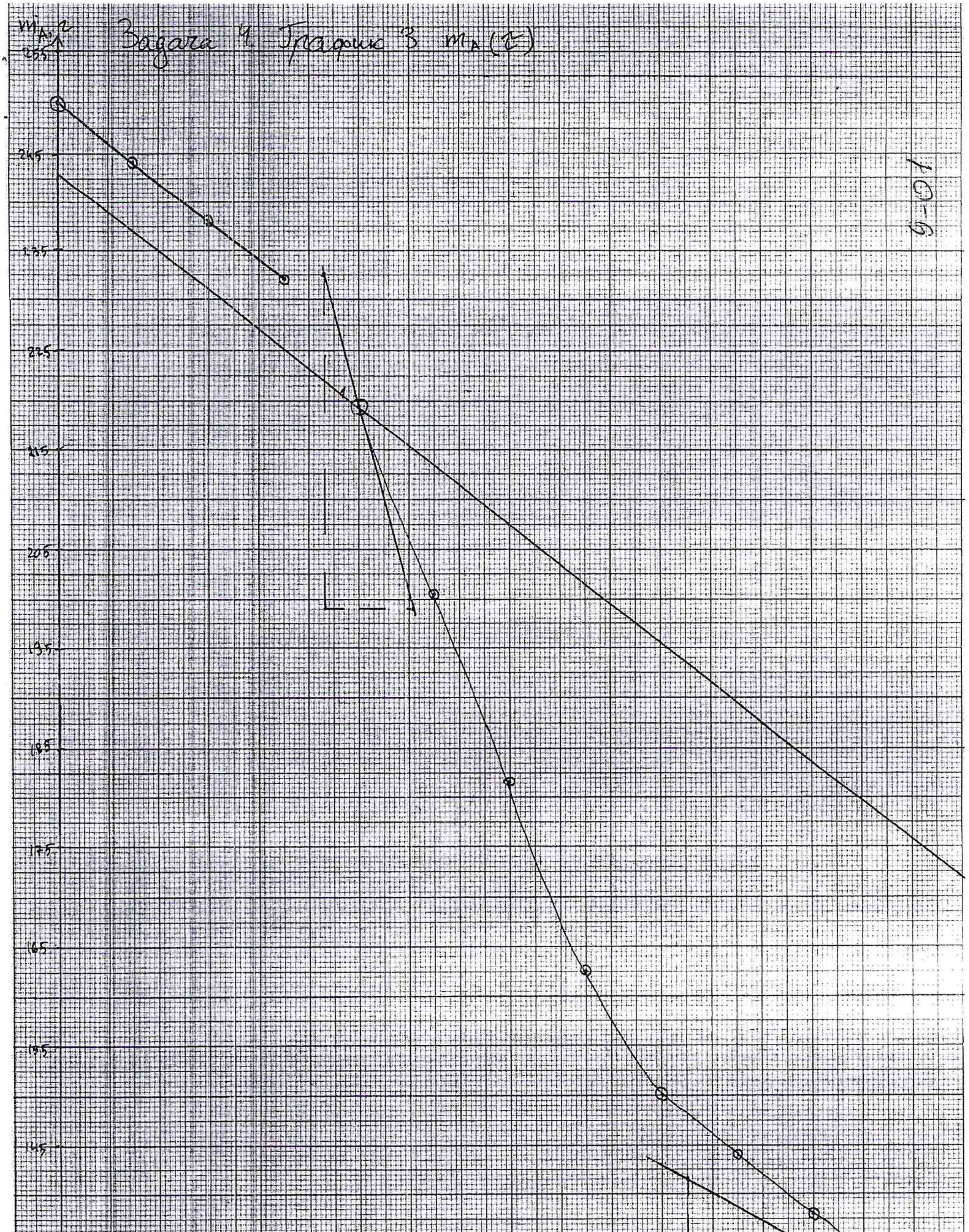
$\frac{N+N_2}{\lambda} \approx \frac{N}{\lambda}$ => можно считать, что в момент времени $\tau = 12$ мин цилиндр остыл до $t = -196°C$

$\lambda \Delta m_0 = Mk + Nt$

1. 1 + 1 + 1 + 2 + 1 + 0 = 6
2. 2
3. 2
4. 2
5. 0
6. 0

12.

Задача 4. График 3 $m_A(t)$



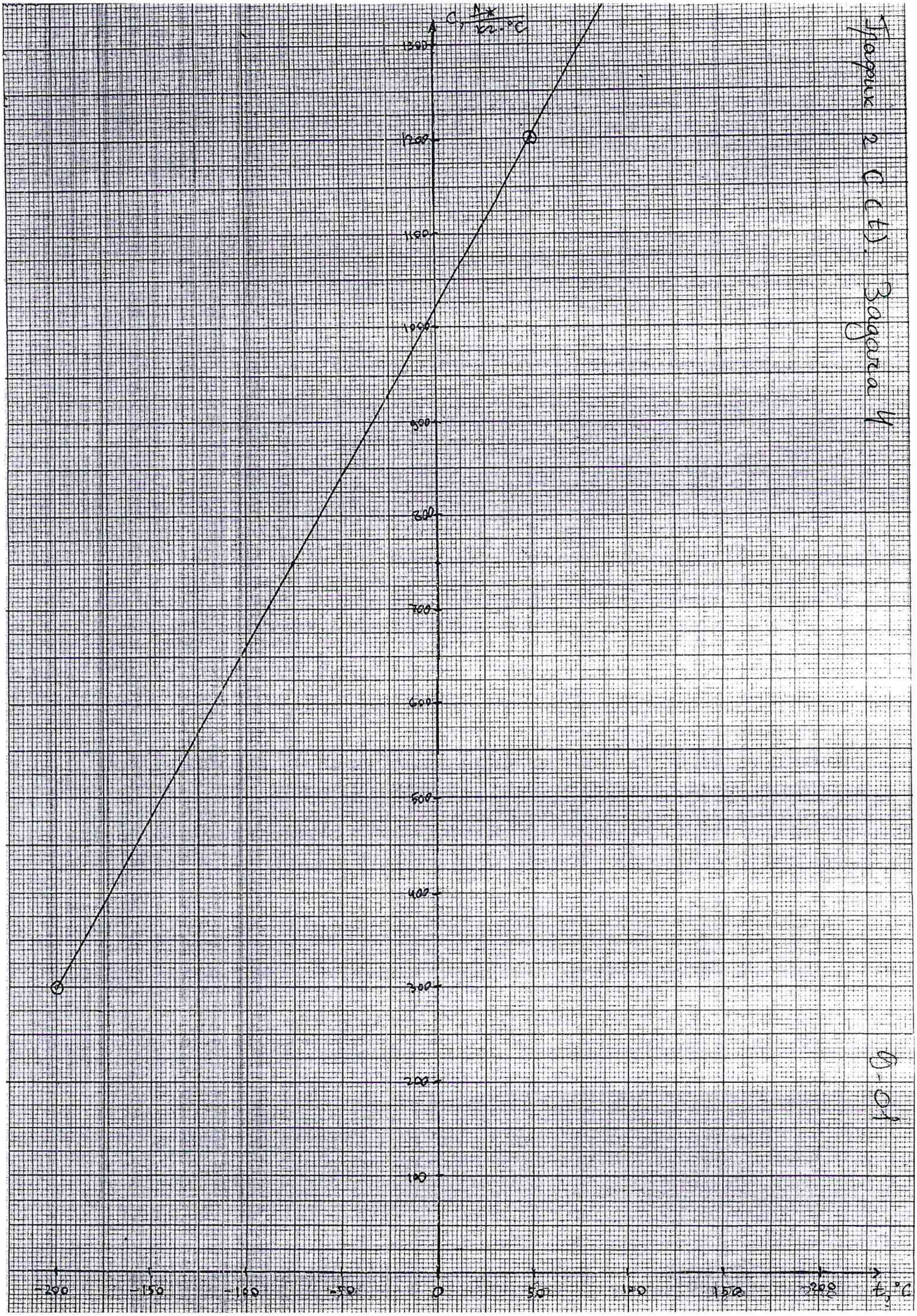
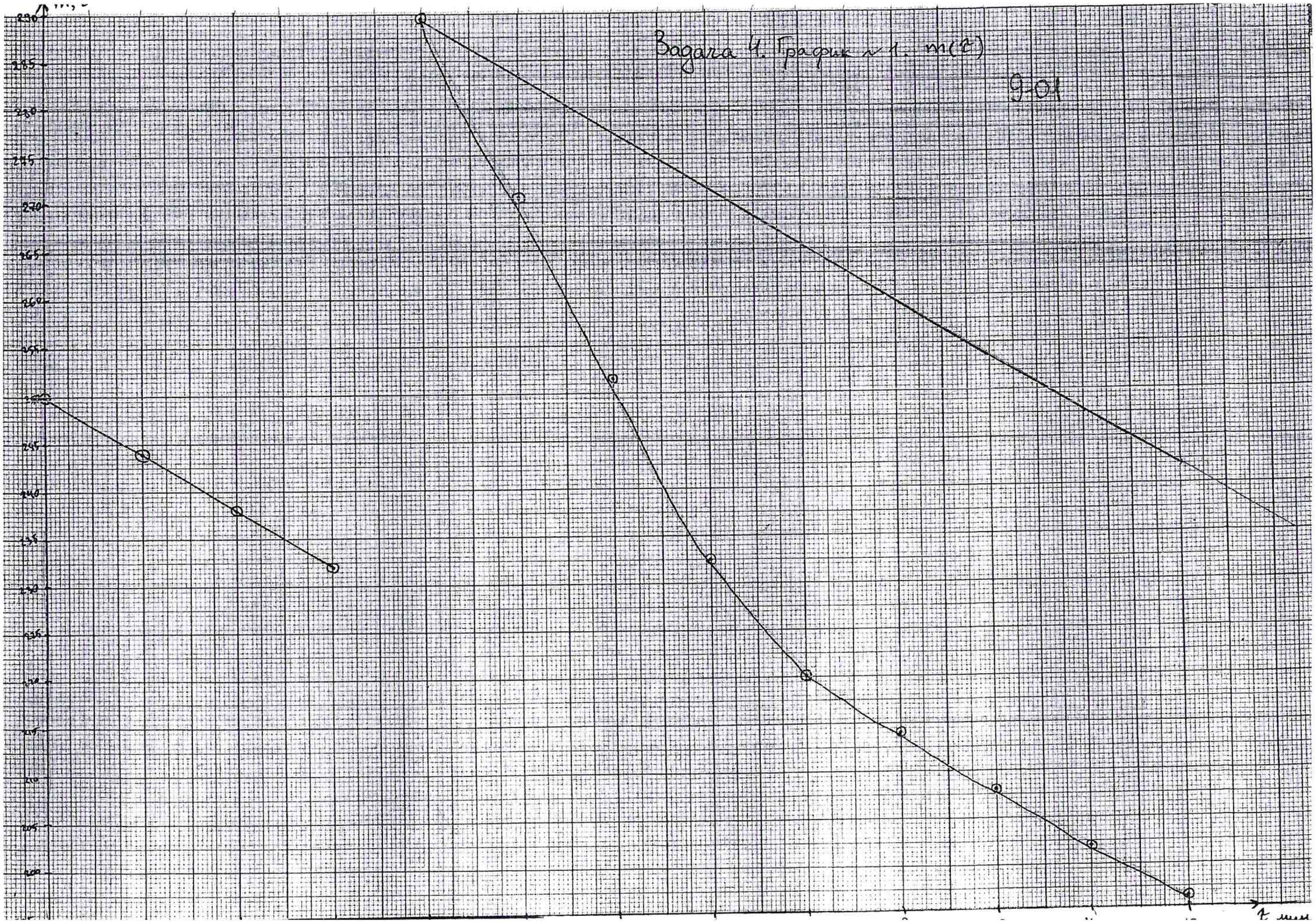


График 2 C(t). Задача 4
Ф-01
C, Дж/кг·°C
1300
1200
1100
1000
900
800
700
600
500
400
300
200
100
-200
-150
-100
-50
0
50
100
150
200
t, °C



Задача 4. График №1. m(t)
9.01