1	2	3	4	Σ
7	6,5	0	8	21,5

№ 1. 9.2

Рассмотрим силы которые действуют на стакан. Вверх действуют: сила давления со стороны воды и сила реакции опоры $\vec{P}$. Вниз действует сила тяжести $m\vec{g}$. По 3-му з-ну Ньютона если стакан действует на опору с силой N то опора действует на стакан с силой $P = N$ $\vec{P} = -\vec{N}$. Запишем 2-й з-н Ньютона для стакана если он покоится. $\vec{F}_{давл} + (-\vec{N}) = m\vec{g}$. Т.к силы направлены вдоль одной прямой $\Rightarrow$ $F_{давл} + N = mg$. Сила давления со стороны воды на нижнее основание существует т.к дно шероховатое $\Rightarrow$ вода под него подтекает. $F_{давл} = \rho \cdot g \cdot h \cdot S$ $h \le L$ т.к при $h > L$ появится сила давления на верхнюю грань и $F_{давл}$ будет const равной силе Архимеда.

$$m = V \cdot 20\rho = \left(\pi R^2 L - \pi (R-d)^2 (L-d)\right) 20\rho =$$
$$= 20\pi\rho \left(R^2 L - (R^2 - 2dR + d^2)(L-d)\right) =$$
$$= 20\pi\rho \left(\cancel{R^2 L} - \cancel{R^2 L} + 2dRL - d^2 L + dR^2 - 2d^2 R + d^3\right) =$$
$$= 20\pi\rho \left(d^3 - d^2 L - 2d^2 R + 2dRL + dR^2\right) =$$
$$= 20\pi\rho d \left(d^2 - dL - 2dR + 2RL + R^2\right)$$

$$N = mg - F_{давл} = 20\pi\rho d g \left(d^2 - dL - 2dR + 2RL + R^2\right) -$$
$$- \pi R^2 \cdot \rho \cdot g \cdot h = \pi \rho g \left(20(d^2 - dL - 2dR + 2RL + R^2)d - R^2 h\right)$$

Мы получили зависимость $N(h)$ видно что это

ЛИСТ 2 ИЗ 7 | 9-02
ШИФР (заполняется Оргкомитетом)

№1.9.2

линейная зависимость. После $h > L$ график будет $\parallel$ оси O_x т.к сила со стороны воды будет оставаться постоянной.

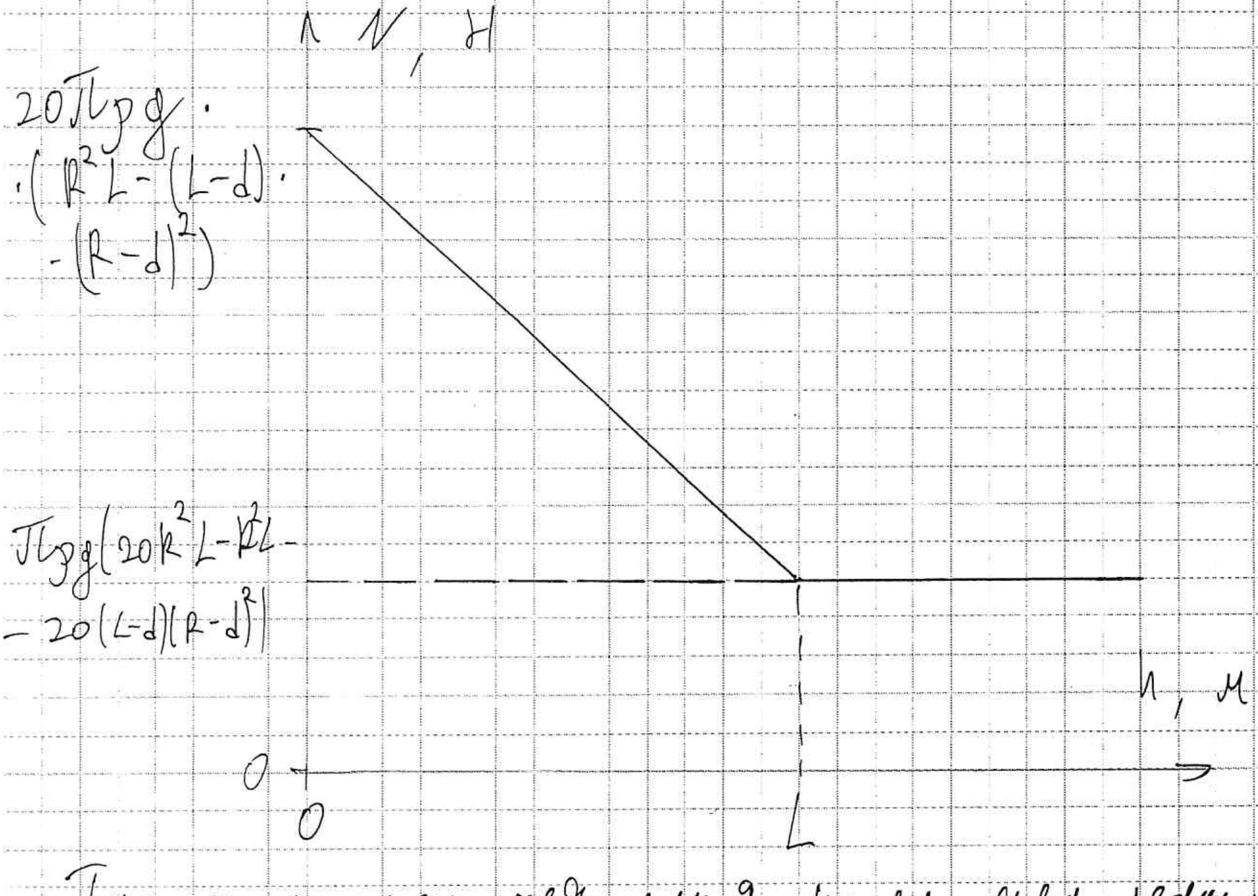


График построен для случая когда сила реакции не обращается в 0 => тело не всплывает. Для ответа на второй вопрос. Рассмотрим случай когда тело всплывает в момент когда $h = L$ => сила со стороны воды максимальна. =>

$$\pi\rho g\left(20d(d^2-dL-2dR+2RL+R^2)-R^2L\right)=0$$

Пусть $L = dk$

$$20(d^2-dL-2dR+2RL+R^2)-R^2k=0$$

$$20d^2-20d^2k-40dR+40dRk+20R^2-R^2k=0$$

$k(40dR - R^2 - 20d^2) + 20d^2 - 40dR + 20R^2 = 0$

$k = \dfrac{20d^2 - 40dR + 20R^2}{R^2 + 20d^2 - 40dR}$ по условию $0 < d \le 0{,}040R$

$k = \dfrac{L}{d}$

=> подставим $d = 0{,}040R$

$k = \dfrac{20 \cdot 0{,}0016R^2 - 40 \cdot 0{,}04R^2 + 20R^2}{R^2 + 0{,}0016 \cdot 20R^2 - 40 \cdot 0{,}04 \cdot R^2} =$

$= \dfrac{0{,}032 - 1{,}6 + 20}{1 + 0{,}032 - 1{,}6}$ знаменатель получился < 0

чего быть не может. Пусть $d = xR$

$R^2 + 20x^2R^2 - 40xR^2 = 0$

$20x^2 - 40x + 1 = 0 \quad D = 1600 - 80 = 1520$

$\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{40 + \sqrt{1520}}{40} = 1{,}97 \text{ не подх. т.к. } > 0{,}04 \\ x = \dfrac{40 - \sqrt{1520}}{40} = 0{,}025 \text{ подходит} \end{array}\right.$

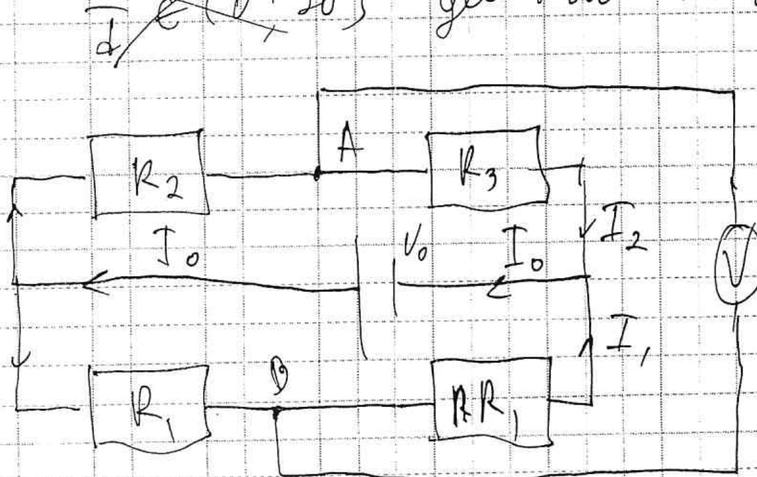
$x = \dfrac{d}{R}$

$k \in \cancel{(0; 20]}$ $\quad k \in [20; +\infty)$

Ответ: $\cancel{\dfrac{L}{d} \in (0; 20]}$ $\dfrac{L}{d} \in [20; +\infty)$ для того чтобы стакан всплыл

1: 1,5
2: 1
3: 1
4: 1
5: 1
6,5

№ 1.9.4



1. 5
2. 3
3а. 0
4а. 0
3б. 0
5. 0
8

v 1, 9, 4

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2+R_3}{R_1(n+1)}$$

$$I_2 = \frac{I_1 R_1 (n+1)}{R_2+R_3}$$

$$V = |\varphi_A - \varphi_B| = |(V_0 - I_2 R_2) - (V_0 - I_1 R_1)|$$

$$V = \left| I_1 R_1 - \frac{I_1 R_1 (n+1) R_2}{R_2+R_3} \right|$$

зависимость V_n получена

$$I_0 = I_1 + I_2 = \frac{V_0}{R_{общ}} = \frac{V_0 (R_1 n + R_1 + R_2 + R_3)}{R_1(n+1)(R_2+R_3)}$$

$$I_1 \left(1 + \frac{R_1(n+1)}{R_2+R_3}\right) = \frac{V_0 (R_1 n + R_1 + R_2 + R_3)}{R_1 (R_2+R_3)(n+1)}$$

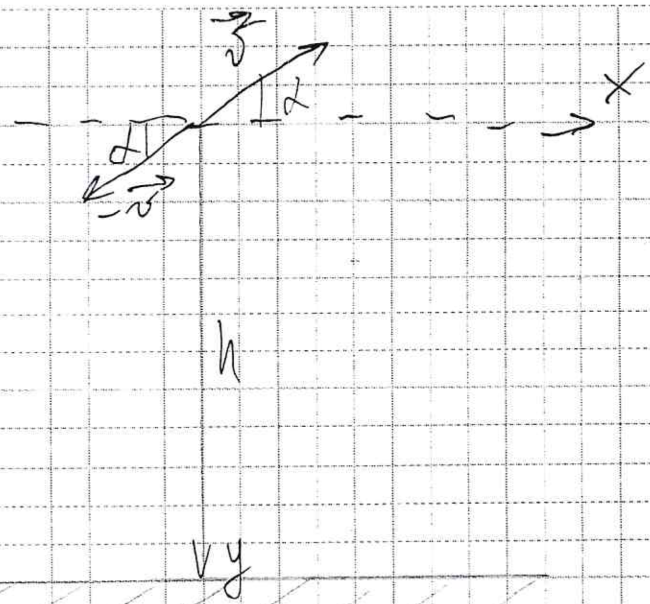
$$I_1 = \frac{V_0 \cancel{(R_1 n + R_1 + R_2 + R_3)} (R_2+R_3)}{R_1 (R_2+R_3)(n+1)\cancel{(R_2+R_3+R_1(n+1))}} = \frac{V_0 (R_2+R_3)}{R_1 (R_2+R_3)(n+1)}$$

$$V = \left| \frac{V_0 (R_2+R_3)}{(R_2+R_3)(n+1)} - \frac{V_0 \cancel{(R_2+R_3)} \cancel{(n+1)} R_2}{\cancel{(R_2+R_3)}(R_2+R_3)\cancel{(n+1)}} \right| =$$

$$= \left| \frac{V_0}{n+1} - \frac{V_0 R_2}{R_2+R_3} \right|$$

Проведём линеаризацию построим $V(\sqrt{n})$?

№ 1.9.1



$$\begin{cases} h = v\sin\alpha\, t_1 + \frac{g t_1^2}{2} \\ h = -v\sin\alpha\, t_2 + \frac{g t_2^2}{2} \\ t_1 + t_2 = t_0 \end{cases}$$

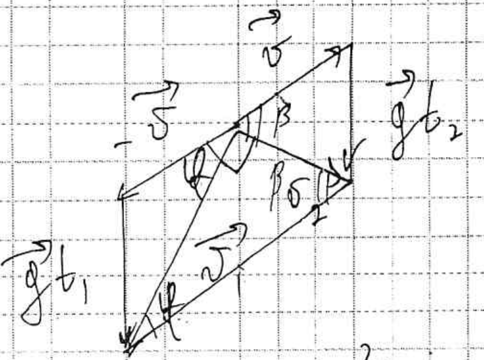
Видно что во втором случае проекция скорости и ускорения направлены в разные стороны =>

$t_2 > t_1$ $\quad \frac{t_2}{t_1} = \frac{2}{1}$ $\quad t_1 + t_2 = 3$ $\quad t_1 = 1\,с$ $\quad t_2 = 2\,с$

$$\begin{cases} 2h = 2v\sin\alpha + \frac{2\cdot 10\cdot 1^2}{2} \\ h = -2v\sin\alpha + \frac{4\cdot 10}{2} \end{cases} +$$

$3h = \frac{6\cdot 10}{2}$ $\quad h = 10\,м$ $\quad v\sin\alpha = 5\ м/с$

$\vec{v}_1 = -\vec{v} + \vec{g}t_1$ $\quad \vec{v}_2 = \vec{v} + \vec{g t_2}$



Из ЗСЭ
$$\begin{cases} mgh + \frac{mv^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} \\ mgh + \frac{mv^2}{2} = \frac{mv_2^2}{2} \end{cases} \Rightarrow v_1 = v_2$$

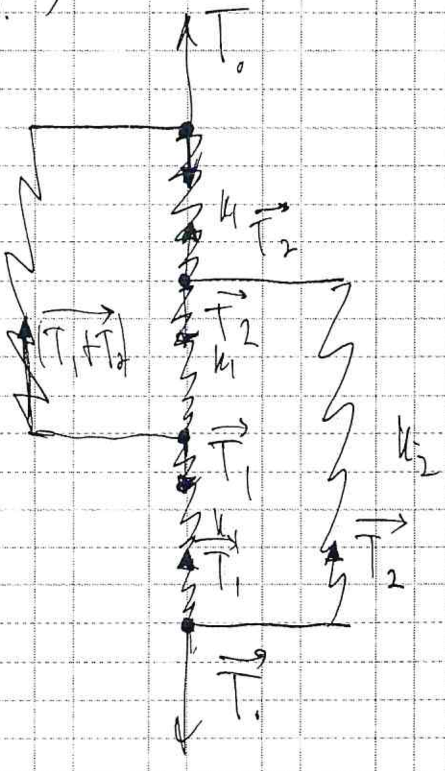
$\triangle v_1 v_2$ прямоугольный и равнобедренный $\Rightarrow$
$\angle\alpha = \angle\beta = 45°$

1. 2
2. 2
3. 2
4. 1
5.
6.

7

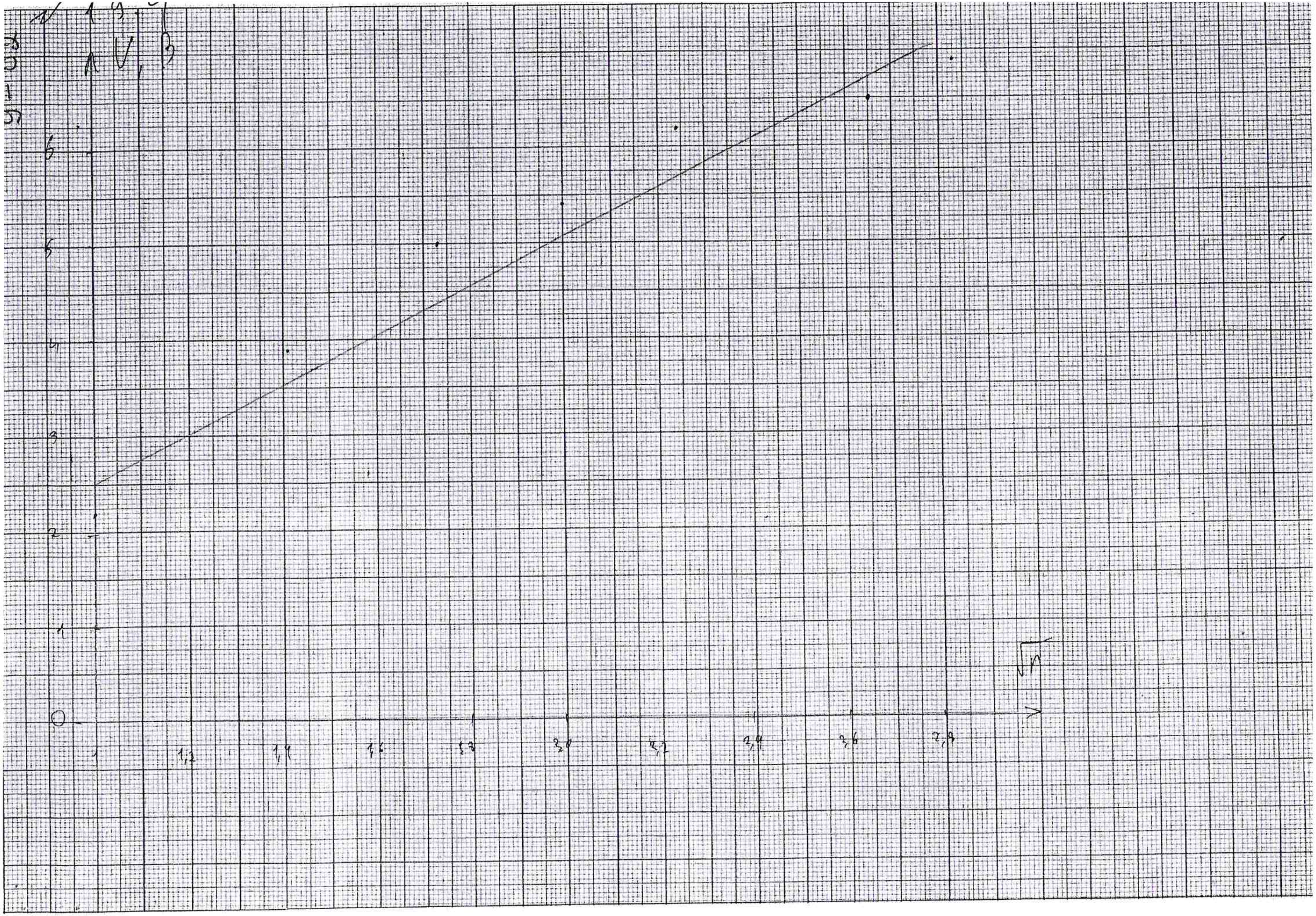
9-02
ШИФР (заполняется Оргкомитетом)

1.9.3



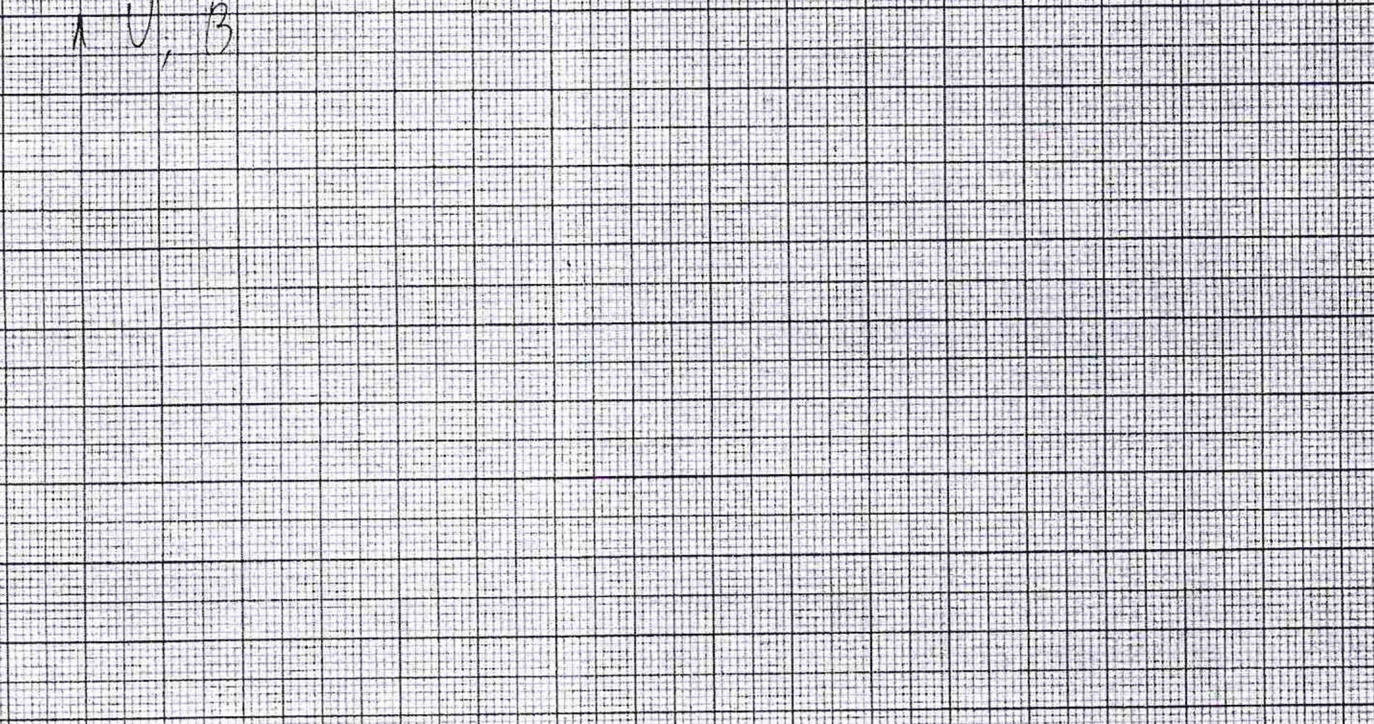
Пусть нижний конец сместился на величину Δl. Найдя какую силу при этом приложили мы получим $K_{эф} = \frac{T_0}{\Delta l}$

0



U, B
0
1
2
3
4
5
6
1,2
1,4
1,6
1,8
2,0
2,2
2,4
2,6
2,8
√r


U, B
6
5
4
3
2
0
1
2
3
4
5
6
7
8
n

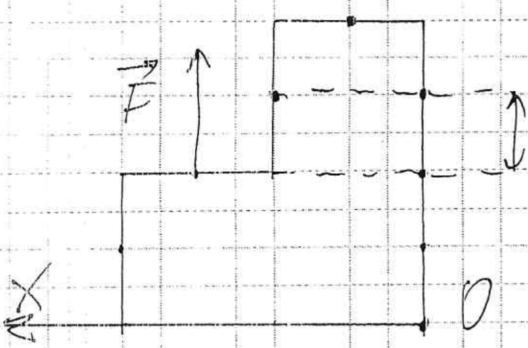

U, B
2

Всероссийская олимпиада школьников
Региональный этап 2020/2021 учебный год

ЛИСТ 1 ИЗ 8	9.02 ШИФР (заполняется Оргкомитетом)

1	2	3	4	Σ
8	~~8~~ 10	5	~~18~~ 14	37

√ 2.9.2



Найдём общий объём как сумму объёмов нижнего параллелепипеда и верхнего куба

$V_{общ} = V_1 + V_2 = 2a\cdot a\cdot a + a^3 = 2000 + 1000 = 3000\ см^3$

V_x — занятый объём $V_x = \frac{5}{6} V_{общ} = 2500\ см^3$

видно что $V_x > V_1$ => вода поднимется до уровня h в верхнем кубе. $h = \frac{V_x - V_1}{S_2} = 5\ см$

Рассмотрим силы давления действующие со стороны воды на сосуд. Силы действующие на переднюю и заднюю стенку взаимно компенсируют ~~друг~~ друга как и силы действующие на боковую стенку.

На левую ступеньку действует сила F

$F = \rho \cdot g \cdot h \cdot S_2 = 10^3 \cdot 10 \cdot 5 \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-2} = 5 H$

Найдём центр масс сосуда зная расположение центров масс параллелепипеда и куба. Они расположены в точках пересечений диагоналей. Пусть масса "плиты" размерами $a \cdot a = m_0$. Будем считать что "плиты" из которых "собран" сосуд имеют одинаковую толщину => их масса ~ площади. Запишем уравнение центра масс (для оси O_x). Для начала найдём массу всего сосуда через m_0

$M_c = 3m_0 + 3m_0 + 2m_0 + m_0 + m_0 + m_0 + m_0 = 12 m_0$

Найдём X координату центра масс передней и задней ножки. $3m_0 X_п = 2m_0 \cdot a + m_0 \cdot 0{,}5a$

$X_п = \frac{5}{6} a$ Для всей системы

$X_c \cdot M_c = \frac{5}{6} a \cdot 3m_0 \cdot 2 + 2m_0 \cdot 0 + m_0 \cdot 0{,}5a + m_0 \cdot 1{,}5a + m_0 \cdot a + m_0 \cdot 2a = 5m_0 a + 2m_0 a + 3m_0 a = 10 m_0 a$

$X_c = \frac{10 m_0 a}{12 m_0} = \frac{5}{6} a$ Видно что центр масс (он же точка приложения силы тяжести) не лежит на одной прямой с $\vec{F}$ => один край сосуда будет приподниматься тогда пр-ло моментов отн-но O:

$F \cdot 1{,}5a = M_c \cdot g \cdot \frac{5}{6} a$

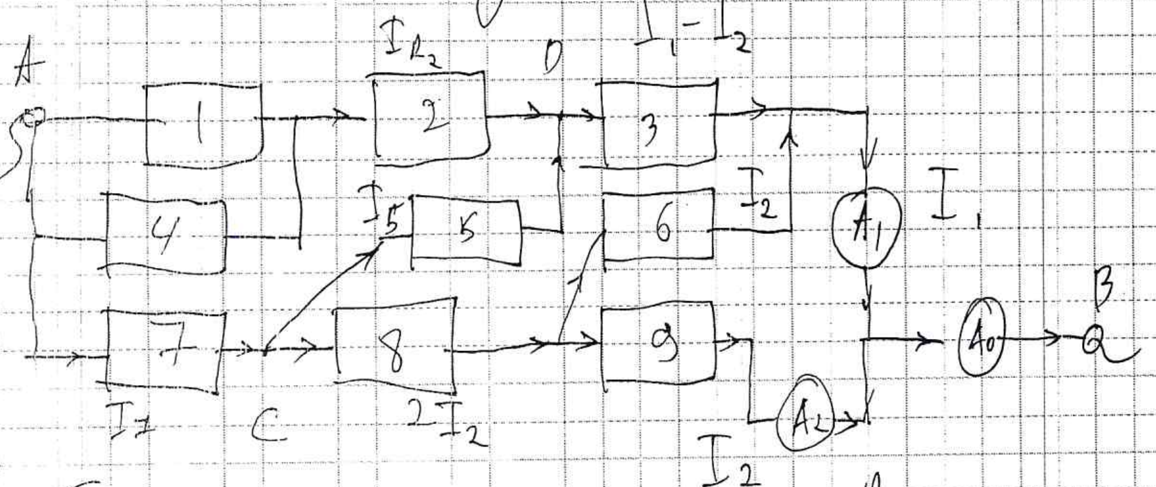
$M_c = \frac{5 \cdot 1{,}5 \cdot 6}{10 \cdot 5} = 0{,}9$ кг

Ответ: масса сосуда 0,9 кг

1ч − 2
2ч − 2
3ч − 2
4ч − 2
5ч − 1.
6ч − 1

№ 2.9.3

Перерисуем схему



Т.к амперметры идеальные => $R_{амп} = 0$ их можно заменить перемычками. Видно, что 6 соединён || 9 => $I_6 = I_2$ $I_3 = I_1 - I_2$ по правилу Кирхгофа $I_8 = 2I_2$ по правилу Кирхгофа. Запишем разность потенциалов между точками C и D считая что сопротивление всех резисторов R

$RI_5 = 2RI_2 + RI_2 - R(I_1 - I_2)$

$I_5 = 3I_2 - I_1 + I_2 = 4I_2 - I_1$

$I_{R_2} = I_1 - (+I_2) - I_5 = I_1 - I_2 - 4I_2 + I_1 = 2I_1 - 5I_2$

$I_7 = I_5 + 2I_2 = 4I_2 - I_1 + 2I_2 = 6I_2 - I_1$

Рассчитаем сопротивление всей $R_{общ}$

6||9 8-69-3 последовательно и вместе ||

5-му 7-58963-2 последовательно и || 1 и 4

=> $R_{общ}$ = $R_{8-69-3} = R + \frac{R}{2} + R = 2,5R$

$R_{7-58693-2} = R + \frac{2,5R \cdot R}{3,5R} + R = \frac{19}{7}R$

$$\frac{1}{R_{общ}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{\frac{19}{7}R} = \frac{7}{7R} + \frac{7}{7R} + \frac{7}{19R} =$$

$$= \frac{38 + 7}{19R} \quad R_{общ} = \frac{19}{45}R$$

Тогда разность потенциалов между A и B =

$$= R_{общ} \cdot I_0 = RI_1 + 2RI_2 + RI_2$$

$$\frac{19R \cdot (I_1 + I_2)}{45} = 6RI_2 - RI_1 + 2RI_2 + RI_2$$

$$\frac{19}{45}RI_1 + \frac{19}{45}RI_2 = 9RI_2 - RI_1$$

1 : 2
2 : 3
3 : 0
4 : 0
5

$$\frac{64}{45}RI_1 = 9RI_2 - \frac{19}{45}RI_2$$

$$64RI_1 = 386I_2R$$

$$I_1 = \frac{386}{64}I_2 \quad I_0 = I_1 + I_2 = \frac{386}{64}I_2 + \frac{64}{64}I_2 = 9 \text{ мА}$$

$$450I_2 = 576 \quad I_2 = 1{,}28 \text{ мА} \quad I_1 = 7{,}72 \text{ мА}$$

Ответ: $I_2 = 1{,}28$ мА $I_1 = 7{,}72$ мА

№ 2.9.4

Проанализируем полученный график $m(\tau)$. Он состоит из 7-х различных прямых. В начале масса содержимого равномерно убывает => азот испаряется с постоянной скоростью. Потом масса содержимого резко увеличивается => в сосуд положили цилиндр. Это произошло где-то между

№ 2.9.4

3-мя и 4-мя минутами. Далее график опять представляет из себя прямую но с другим углом наклона. Это цилиндр остывает до температуры жидкого азота. Далее прямая опять меняет угол наклона и становится || первой. Это значит что цилиндр остыл до $-196°C$ и теплообмена его с азотом уже не происходит. Чтобы найти точное время когда $t_ц = -196°C$ можно продлить 2-ю и 3-ю прямые, точка их пересечения есть искомое время. Можем также найти время попадания цилиндра в стакан. Для первого участка зависимость $m_1(\tau) = 260 - 6\tau$ Для 2-го $m_2(\tau) = 364{,}3 - 19{,}2\tau$

Их легко получить из графика. Т.к. масса цилиндра $70_г \Rightarrow m_2(\tau) - m_1(\tau) = 70$

$260 - 6\tau + 70 = 364{,}3 - 19{,}2\tau$

$\tau = 3{,}35$ мин. В начале испарение азота обусловлено теплообменом с окр. средой то есть $\Delta m_1 \lambda = P_0$. Когда в сосуд попадает цилиндр то появляется и теплообмен с ним. Рассмотрим 2-й участок графика. За время $\tau_0 = ~~4{,}8~~ 4{,}2$ мин он остыл на $\Delta t = 24 + 196 = 220°C$. Нам сказано что зависимость $C_ц(t)$ линейна в диапазоне $50°C - (-200°C)$ $\Rightarrow$ мы можем найти $C_ц(24°C)$ $C_ц(-196°C)$ и найти $C_{сред}$

Всероссийская олимпиада школьников
Региональный этап 2020/2021 учебный год

ЛИСТ 6 ИЗ 8	9-02
	ШИФР (заполняется Оргкомитетом)

$C_y(t) = 3{,}6t + 1020$ $\quad C_y(24) = 1106{,}4$ Дж/кг·°C

$C_y(-196) = 314{,}4$ Дж/кг·°C

$C_{средн} = 710$ Дж/кг·°C $\Rightarrow$

$C_{средн} \cdot M \cdot \Delta t + P_0 \cdot \tau_0 = \Delta m_2 \lambda \cdot \tau_0$

$P_0 = \Delta m_1 \lambda$

Из графика $\Delta m_1 = 6$ г/мин $\Delta m_2 = 19{,}2$ г/мин

$P_0 = 6 \cdot 10^{-3} \lambda$

$710 \cdot 70 \cdot 10^{-3} \cdot 220 + 6 \cdot 10^{-3} \lambda \cdot 4{,}2 = 19{,}2 \cdot 10^{-3} \cdot \lambda \cdot 4{,}2$

$\lambda = 197222$ Дж/кг

~~Ответ: $\lambda = 197222$ Дж/кг~~

~~Так охлаждаемый цилиндр не касается дна $\Rightarrow$ показания весов увеличатся не на массу цилиндра а на силу архимеда $\Rightarrow$ расчёт момента когда цилиндр опустили в азот неверн необходим пересчёт.~~ А нет всё ок

Ответ: $\lambda = 197222$ Дж/кг

1ч − 5 + 2.
2ч − 2
3ч − 3.
4ч − 2.
5ч − 0.
6ч − 0.
14.

№ 2 з. 1

Пусть автомобиль двигался с ускорением $a \le a_{max}$ на участке AC. => он проехал его за время $t_0 = \sqrt{\frac{2L}{a}}$ и приобрёл скорость $v_0 = \sqrt{2La}$

Чтобы пройти полуокружность за наименьшее время она должна быть наименьшего радиуса r и $a_ц \le a_{max}$ $\quad r = \frac{v_0^2}{a_ц}$ => для $\min r$ $a_ц = a_{max}$

$r = \frac{2La}{a_{max}}$ => $\quad t_2 = \sqrt{\frac{2L}{a}} + \frac{2\pi r}{v_0} =$ Должна быть половина окружности

$= \sqrt{\frac{2L}{a}} + \frac{2\pi \cdot \cancel{2L}a}{a_{max}\cdot\sqrt{\cancel{2L}a}} = \sqrt{\frac{2L}{a}} + \frac{2\pi\sqrt{2La}}{a_{max}}$ 3и и б

мы получили зависимость $t_2(a)$ дабы найти ~~макси~~мум минимум возьмём производную

$\cancel{t_2'(a) = \frac{1}{2\sqrt{\frac{2L}{a}}} + \frac{2\sqrt{L}}{a_{max}}}$

$$t_2'(a) = \frac{1}{2\sqrt{\frac{2L}{a}}}\cdot\frac{-2L}{a^2} + \frac{2\pi\sqrt{2L}}{a_{max}\,2\sqrt{a}} = 0$$

$$\frac{\cancel{2}\pi\sqrt{2L}}{\cancel{2}a_{max}\sqrt{a}} - \frac{\cancel{2}L}{\cancel{2}\cdot a\sqrt{a}\cdot\sqrt{2L}} = 0$$

$$\pi\sqrt{2L}\cdot a\sqrt{a}\cdot\sqrt{2L} - L\,a_{max}\sqrt{a} = 0$$

$$2\pi L a\sqrt{a} - L a_{max}\sqrt{a} = 0$$

$$2\pi \cancel{L} a\sqrt{a} = \cancel{L} a_{max}\sqrt{a} \qquad a = \frac{a_{max}}{2\pi}$$

ЛИСТ 8 ИЗ 8	9-02
	ШИФР (заполняется Оргкомитетом)

$$t_2 = \sqrt{\frac{2L}{\frac{a_{max}}{2\pi}}} + \frac{2\pi\sqrt{\frac{2L a_{max}}{2\pi}}}{a_{max}} = \sqrt{\frac{4\pi L}{a_{max}}} + \frac{2\sqrt{\pi}\sqrt{L}}{\sqrt{a_{max}\pi}}$$

Рассчитаем $t_1 = \sqrt{\frac{2L}{a_{max}}} + \frac{2\pi\sqrt{2L a_{max}}}{a_{max}} =$

$$= \frac{\sqrt{2L}}{\sqrt{a_{max}}} + \frac{2\pi\sqrt{2L}}{\sqrt{a_{max}}} = \frac{2\pi\sqrt{2L}+\sqrt{2L}}{\sqrt{a_{max}}}$$

$$t_2 = \frac{4\sqrt{\pi L}}{\sqrt{a_{max}}} \qquad t_1 = \frac{\sqrt{2L}(2\pi+1)}{\sqrt{a_{max}}}$$

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{\sqrt{2\cancel{L}}\,(2\pi+1)}{4\sqrt{\pi\cancel{L}}} = \frac{\sqrt{2}(2\pi+1)}{4\sqrt{\pi}} = \frac{2\pi+1}{2\sqrt{2\pi}}$$

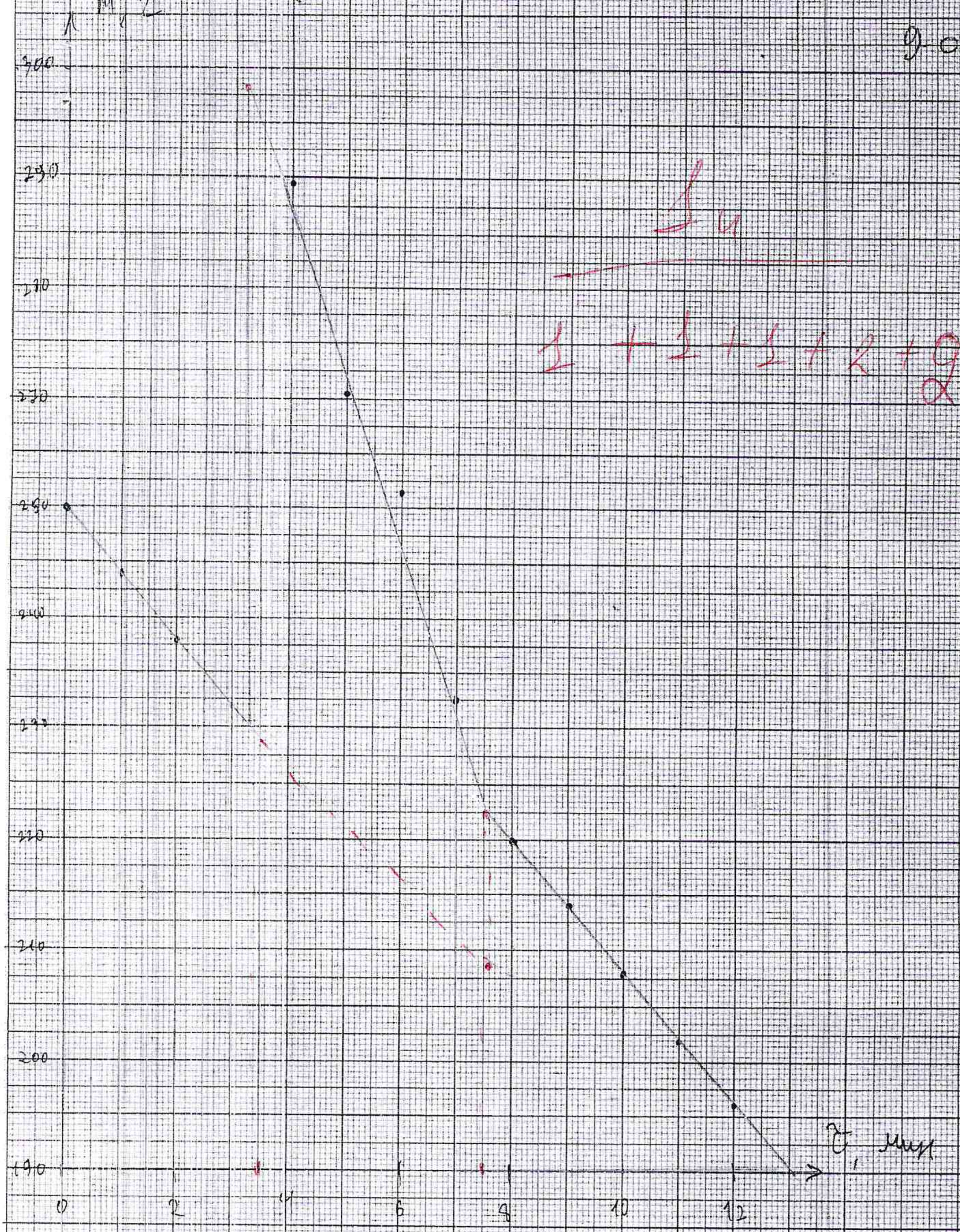
Ответ t_1 превышает t_2 в $\frac{2\pi+1}{2\sqrt{2\pi}}$ раз $\approx 1,45$ раз

6и

1и – 2
2и – 1
3и – 0
4и – 3
5и – 2
6и – 0

№ 2.9.4

9-02



$\frac{1\ 4}{1 + 1 + 1 + 2 + \frac{9}{2} + 0}$