№9.1

Пусть начальными числами будут: 676; 1; 1 — то после преобразования ~~они бу~~ сомножителями будут: 673; −2; −2. То произведение „начальное" будет равно 676, а „конечное" будет равно 2692, то произведение увеличилось на 2016.

Ответ: да, могло ~~[illegible]~~ увеличиться произведение на 2016

№ 9.2

Петя первым ходом произвольно расставляет ладьи (не противореча условию) (т.к. он ничего не знает о доске). Если Пете удаётся расставить ладьи „правильным" образом, то игра заканчивается, иначе Петя может вторым ходом оставить на месте не указанные Васей ладьи, а остальные передвигает так, чтобы они поменялись строками, оставшись в „своих" столбцах), то тогда (т.к. в столбцах не может быть двух „задуманных" клеток) ни одна ладья не будет стоять на „задуманной" клетке, если же Вася указывает только на одну ладью, то ~~её строку~~ ~~просто надо~~ её надо переместить по столбца, а ладью, оказавшуюся в той же строке переместить на ту

сколько? как? возможно ли?

строку, на которой нахо-
дилась ~~искомая~~ перевернутая ладья
(т.к. в строке может быть лишь
одна „задуманная клетка"). И также
Вася не укажет ни одну ладью.
Ответ: Петя может гарантированно
победить за 2 хода

Почему не может за 1?

№ 9.3

Т.к. x, y, z – стороны одного треугольника, то пусть $(x \geq y \geq z > 0)$ и $(x < y + z)$, то:

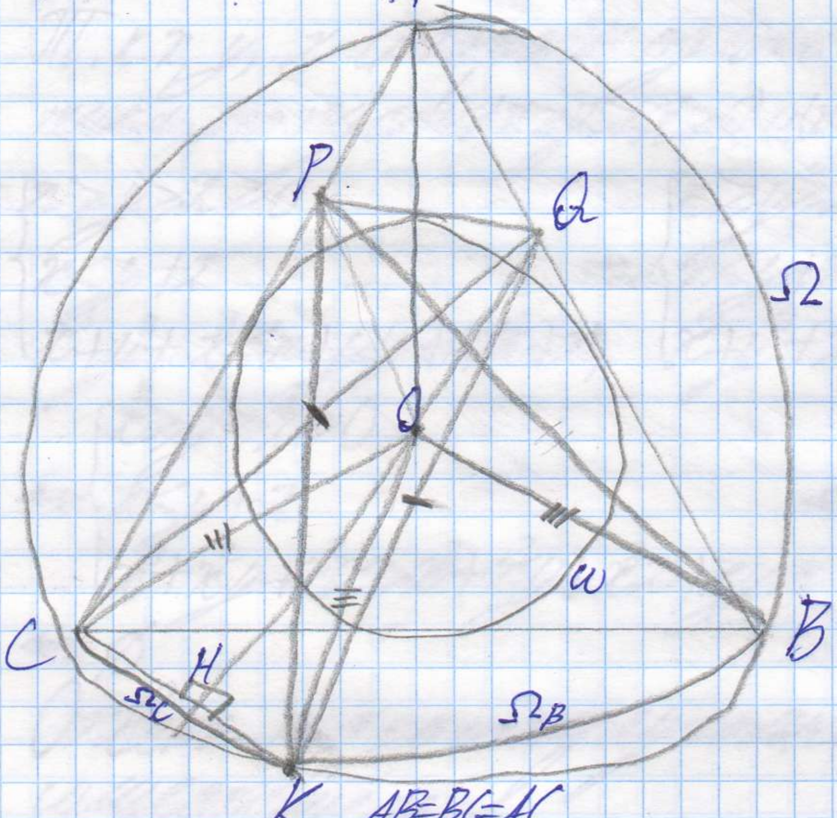
$$\begin{cases} x \geq y \geq z > 0 \\ x < y + z \\ x^3 + y^3 + z^3 = (x+y)(y+z)(z+x) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq y \geq z > 0 \\ x < y + z \\ x^3 + y^3 + z^3 > x(x+y)(x+z) \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 \geq y^2 \geq z^2 > 0 \\ x < y + z \\ x^3 + x^2y + x^2z > x^3 + x^2y + x^2z + xyz \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 > xyz \\ x \geq y \geq z \\ x < y + z \end{cases}$$

$\Leftrightarrow \varnothing$

Ответ: такого треугольника не существует.

№ 9.4



AB=BC=AC

Дано: $\triangle ABC$, ω — впис. окр., Ω — опис. окр., $P \in AC$, $Q \in AB$, PQ — касат. ω, P — ц. Ω_B, Q — ц. Ω_C, CQ — R_{Ω_C}, BP — R_{Ω_B}, $K \in \Omega$, $KQ = R_{\Omega_C}$

Доказ.: $PK = R_{\Omega_B}$

как определена точка ?

1. ~~Пусть~~ QH — высота $\triangle CQK$
2. Т.к. $CQ = KQ$, то $CH = KH$, т.к. $CO = KO$, то QOH — прямая
3. Пусть $\angle BCK = \alpha$, $\angle APQ = 2\beta^\circ$
4. Т.к. $\triangle ABC$ — равностор., то $\angle BAC = 60^\circ$, то, т.к. $\angle APQ = 2\beta^\circ$, $\angle AQP = 120^\circ - 2\beta^\circ$
5. Т.к. $\angle APQ$ и $\angle CPQ$, $\angle AQP$ и $\angle BQP$ — смеж., то $\angle CPQ = 180^\circ - 2\beta^\circ$, $\angle BQP = 60^\circ + 2\beta^\circ$
6. Т.к. AO — биссек. ($\triangle ABC$ — равностор.), то ω — вневпис. окр. $\triangle APQ$, QO — биссек. $\angle BQP$, то $\angle PQK = 30^\circ + \beta^\circ$
7. Т.к. $\triangle ABC$ — равност., то $\angle ACB = 60^\circ$, то сумма углов $CPQH$ равно $360^\circ = (60^\circ + \alpha) + 90^\circ + (180^\circ - 2\beta^\circ) + (30^\circ + \beta^\circ)$, то $\alpha = \beta^\circ$?
8. Сум. углов $PKBQ$ равна ~~$360^\circ = (120^\circ - 2\beta) + (60^\circ + (60^\circ - \alpha)) +$~~

как нашел $\angle PCH$?

№1

Т.к. сумма рационального и иррационального числа — иррац. числа, а сумма „однотипных" чисел — может быть рациональным. То если „упорядочить числа" (начальным строкам и столбцам приписать рацион. числа, остальным — иррацион.), то количество рациональных чисел (в клетках) будет равно сумме двух „прямоугольников" „однотипных" чисел без тех, которые получились из иррацион. чисел, вместе не дающих рацион. (этого можно избежать, например, приписав иррациональным числам столбцов значение $(n+\sqrt{2}$ (n — номер столбца (слева)), а числам таких ~~такие~~ же строк — $(m-\sqrt{2}$ (m — номер строки (сверху)))) числа получатся разными, а суммы $(n+\sqrt{2}+m-\sqrt{2})$ —

Не ~~...~~ больше

это минус

рациональны). Так что количество рациональных чисел равно $b(50-b)+(50-b)(50-(50-b))$ (b — число рациональных чисел, приписан. к строкам), или $2b(50-b)$, или $-2b^2+100b$, вершина этой параболы находится при b_0 равном 25 (т.к. ветви направлены вниз, то при удалении от вершины значение функции уменьшается) ($b_0=-\frac{100}{2\cdot(-2)}=25$). То рациональных чисел не больше 1250.

Ответ: наибольшее количество рациональных чисел в таблице — 1250

№3

Пусть n — количество сторон многоугольника. То сумма его углов — $180°(n-2)$. Т.к. диагонали не пересекались, то сумма углов всех треугольников равна сумме углов многоугольника — $180°(n-2)$ (т.к. он весь разрезан на треугольники), то треугольников всего было $(n-2)$, а сумма всех сторон треугольников — $(3n-6)$, то ~~т.к. диагонали являются сторонами двух~~ количество „диагональных" сторон $(3n-6-n)$, или $(2n-6)$. Но т.к. $\left(\frac{2n-6}{3n-6}\right)$ меньше $\frac{2}{3}$, то есть треугольники, у которых стороны, являющиеся сторонами многоугольника, ~~не меньше 2х~~ две (не сущест. многоуг., у которых стороны образуют треугольник ()). А т.к. $\left(\frac{2n-4}{3n-9}\right)$ „вычитаемая" треугольник с одной „диагональной"

диагонали — стороны! посчитали дважды

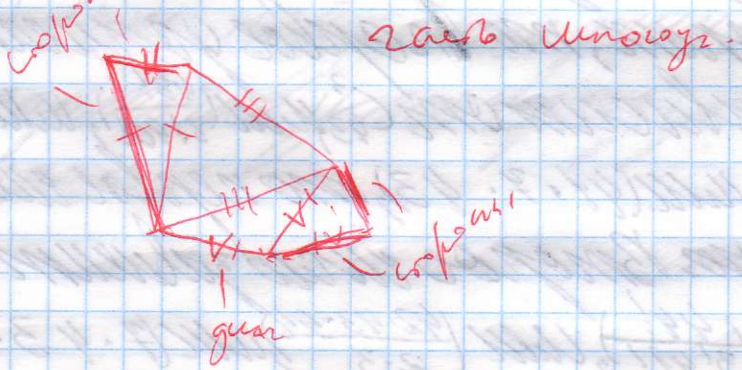
не ясно, откуда берётся заключение

сторонами тоже меньше $\frac{2}{3}$. То искомых треугольников не меньше двух. То предположив, что утверждение задачи не верно, берём один из искомых треугольников, то в нём равны одна из сторон и диагональ (две стороны не равны попарно). Дальше берём другой треугольник с данной диагональю, если этот треугольник оказывается вторым искомым, то предположение неверно, равны одна из сторон и данная диагональ, равна стороне первого треугольника). То равны две "диагонали" стороны треугольника. Т.к. треугольников небесконечное количество, то в конце концов дойдём до второго искомого треугольника и тогда поймём, что предположение не верно (тож

Путь больше не возникнет по любой из двух оставшихся сторон. Не понятно, почему мы не дойдём до второго Δ?

соображения, что и в случае, когда заканчивается на втором шаге.

Ответ: найдутся две равные стороны в данном многоугольнике.



№9.8

Т.к. произведение чётного числа на другое ~~нечётное~~ — чётно, то чётность суммы произведений определяется чётностью суммы „нечётных" троек. ~~Это Перво~~

Т.к. если троек было нечётное количество, то полученное число нечётно, и наоборот, то первое дописанное число зависит от C_{43}^3, или $\left(\frac{43!}{3!\,40!}\right)$, или $\left(\frac{41\cdot 42\cdot 43}{2\cdot 3}\right)$, или $(41\cdot 7\cdot 43)$, то первое число — нечётно. Второе число зависит от C_{44}^3, или $\left(\frac{44!}{3!\,41!}\right)$, или $\left(\frac{42\cdot 43\cdot 44}{2\cdot 3}\right)$, или $(7\cdot 43\cdot 44)$, то второе и последующие числа — чётные. Дальше если n-е число равно c_3, то следующее число равно $(c_3+c_3c_2)$ (c_2 — сумма в всех до n-го числа), или $c_3(1+c_2)$. То чётность c_2 определяется тем же, что и c_3, то c_2 зависит от C_{44}^2, или $\left(\frac{44!}{42!\,2!}\right)$, или $\left(\frac{43\cdot 44}{2}\right)$, или $(43\cdot 22)$, то c_2 (второе и последующих чисел) чётны, то $(1+a_2)$ нечётно, то степень двойки второго и последующих чисел равны. Т.о. т.к. было число делящееся на 2^{10000} (через год), то оно было и среди начальных, либо второго чисел.

Ответ: найдётся данное число на карточке уже через день после начала.