

9-10



Всероссийская олимпиада школьников по экономике

Региональный этап

2020/2021 год

Первый тур. Тест.

Конкурс
закрасьте кружочек
9 класс
10 класс
11 класс

Образец заполнения:
1. 1) 2)
6. 1) 2) 3) 4)
11. 1) 2) 3) 4)
16. 123

Исправления не допускаются

Задание 1

- 1.1. 1) 2)
1.2. 1) 2)
1.3. 1) 2)
1.4. 1) 2)
1.5. 1) 2)

Задание 2

- 2.1. 1) 2) 3) 4)
2.2. 1) 2) 3) 4)
2.3. 1) 2) 3) 4)
2.4. 1) 2) 3) 4)
2.5. 1) 2) 3) 4)

Задание 3

- 3.1. 1) 2) 3) 4)
3.2. 1) 2) 3) 4)
3.3. 1) 2) 3) 4)
3.4. 1) 2) 3) 4)
3.5. 1) 2) 3) 4)

Задание 4

- 4.1. 100
4.2. 320
4.3. 5
4.4. 20
4.5. 20

Пометки в квадратиках делать запрещено

45



9-10

Всероссийская олимпиада  
школьников по экономике

Региональный этап

2020/2021 год

Второй тур. Задачи

Количество задач	4
Сумма баллов	120
Время написания	140 минут
Конкурс <i>закрасьте кружочек</i>	<input checked="" type="radio"/> 9 класс
	<input type="radio"/> 10 класс
	<input type="radio"/> 11 класс

Используйте для записи решений  
только отведенное для каждого задания место.  
В случае необходимости попросите дополнительный лист.  
Не пишите на листах решений свое имя, фамилию  
или другие сведения, которые могут указывать  
на авторство работы.

Задание	5	6	7	8	Сумма
Баллы	19	27	20	5	81
	<i>Иванов</i>	<i>Иванов</i>	<i>Иванов</i>	<i>Иванов</i>	<i>Иванов</i>

Все поля таблицы заполняются жюри.

## Задание 5

В 2019 году:

$$\begin{cases} Q_d = 55 - P \\ Q_s = P - 11 \end{cases}$$

на рынке действует 10 фирм, значит функция предложения одной фирмой имеет вид:  $q_s = \frac{P-11}{10}$ .

Пусть  $P_1$  - цена установившаяся в 2019 году,  $P_2$  - цена установившаяся в 2020 году (впервые месяц) и цена  $P_3$  - установившаяся по цене 2020-го года.

То есть верно:  $P_2 = 4P_1$ ,  $P_3 = P_1$ .

а) Если при переходе в 2020 году спрос сдвинулся параллельно, то значит  $Q_d = b - P$

Предложение не осталось  $Q_s = P - 11$ .

из условий равновесия рынка найдем  $P_1$  в 2019-ом:

$$Q_d = Q_s$$

$$55 - P_1 = P_1 - 11$$

$$66 = 2P_1$$

$$P_1 = 33 \quad \checkmark \quad Q-?$$

Тогда  $P_2 = 4P_1 = 4 \cdot 33 = 132 \quad \checkmark \quad Q-?$

найдем  $b$  из условий равновесия рынка в первом месяце 2020:

$$\begin{cases} Q_d = b - P_2 \\ Q_s = P_2 - 11 \end{cases}$$

$$b - P_2 = P_2 - 11$$

$$2P_2 = b + 11$$

$$b = 2P_2 - 11 = 2 \cdot 132 - 11 = 264 - 11 = 253 \quad \checkmark$$

Уравнение нового спроса:  $Q_d = 253 - P$

ответ:  $Q_d = 253 - P \quad \checkmark$

19

а) Во второй половине 2020 года спрос шлемов был:

$$Q_d = 253 - P$$

Предложение:

$$Q_s = (P-11) + n \cdot \frac{P-11}{10}, \text{ так как некоторый производитель}$$

не желает работать,  $n$  - число фирм, вышедших на рынок в 2020 году.

Найдем  $n$  из условий равновесия рынка:

$$\begin{cases} Q_d = 253 - P_3 \\ Q_s = \frac{(P_3-11)(n+10)}{10} \end{cases}$$

$$253 - P_3 = \frac{(P_3-11)(n+10)}{10}$$

$$P_3 = P_1 = 33$$

$$220 = \frac{22 \cdot (n+10)}{10}$$

$$100 = n+10$$

$$n = 90 \quad \checkmark$$

Ответ: 90 фирм.

+12

б) Спрос:  $Q_d = 55 - P$

$$\text{Предложение: } Q_s = \frac{(P-11)(n+10)}{10} = \frac{(P-11) \cdot 100}{10} = 10P - 110$$

Найдем  $P$  из условий равновесия рынка:

$$Q_d = 55 - P$$

$$Q_s = 10P - 110 \quad \checkmark$$

$$55 - P = 10P - 110$$

$$11P = 165$$

$$P = \frac{165}{11} = 15$$

✓ Ответ: 15

+8

## Задание 6

$$\text{Спрос: } Q_d = 48 - 2P$$

$$2P = 48 - Q_d$$

$$P = 24 - \frac{1}{2}Q_d$$

Ищем общее время логиста в неделю  $T = 50$  ч.

a)  $t_1$  - время, которое тратится на производство товара

$t_2$  - время на уроне фотографии.

$$t_1(Q) = \frac{Q^2}{2}$$

$$Q^2 = 2t_1$$

$$Q = \sqrt{2t_1}$$

$TR_1$  - выручка с товара.

$TR_2$  - выручка с урнов фотографий.

$$TR_1 = P \cdot Q$$

$TR_2 = P_{\varphi} \cdot t_2$ , где  $P_{\varphi}$  - цена за фото час урона.

$$TR_2 = P_{\varphi} \cdot t_2 = 2t_2$$

$TR$  - суммарная выручка (gross)

$$TR = TR_1 + TR_2 = P \cdot Q + 2t_2 = \left(24 - \frac{1}{2}Q\right)Q + 2t_2 = 24Q - \frac{1}{2}Q^2 + 2t_2 = 24 \cdot \sqrt{2t_1} - \frac{1}{2} \cdot 2t_1 + 2t_2$$

Используем  $t_1 + t_2 = T$ ,  $t_2 = T - t_1 = 50 - t_1$ .

$$TR = 24\sqrt{2} \cdot \sqrt{t_1} - t_1 + 100 - 2t_1 = -3t_1 + 24\sqrt{2}\sqrt{t_1} + 100 \quad + \quad 50$$

Положим  $k = \sqrt{t_1}$ , тогда  $TR = -3k^2 + 24\sqrt{2}k + 100$ , а эта параболка ветвями 15

вниз. Знаем максимум в вершине, тогда  $k_{\text{опт.}} = \frac{-24\sqrt{2}}{-6} = 4\sqrt{2}$ . +

$$t_{1\text{опт.}} = k^2 = 16 \cdot 2 = 32$$

$$TR_{\text{max}} = -3 \cdot 32 + 24 \cdot 8 + 100 = 96 + 100 = 196 \quad + \quad 15$$

$$Q_{\text{опт.}} = \sqrt{2t_1} = \sqrt{2 \cdot 32} = 8 \quad 15.$$

Ответ: 8; 196

а) с треугольника катета катет равен  $a = 72 - 2p$ .

$$2p = 72 - a$$

$$p = 36 - \frac{1}{2}a$$

но из-за наибольшей стороны  $TC = 115$ .

Запишем TR аналогично функции  $a$  по основному условию,

$$TR = TR_1 + TR_2 - TC = (36 - \frac{1}{2}a)a + 2t_2 - 115 = 36 \cdot \sqrt{2t_1} - \frac{1}{2} \cdot 2t_1 + 2(50 - t_1) - 115 = 36\sqrt{2} \cdot \sqrt{t_1} - 3t_1 - 15$$

Пусть  $u = \sqrt{t_1}$

найдем максимум по основному аналогично функции  $a$ :  $u = \frac{-36\sqrt{2}}{-6} = 6\sqrt{2}$

$$\sqrt{t_1} = 6\sqrt{2}$$

$t_1 = 72$ , но  $t_1 \leq 50$ , значит оптимальное значение  $t_1 = 50$ .

$$a = \sqrt{2t_1} = \sqrt{2 \cdot 50} = 10$$

$$TR_{max} = 360 - 150 - 15 = 195$$

но  $195 < 196$ , значит этой максимума от треугольника достичь нельзя не сможем согласоваться.

ответ: 10; не сможем.

б)

$$TC = \frac{1}{3}TR_1$$

$$TR = TR_1 + TR_2 - \frac{1}{3}TR_1 = \frac{2}{3}TR_1 + TR_2 = \frac{2}{3}((36 - \frac{1}{2}a)a) + 2t_2 = \frac{2}{3}(36\sqrt{2t_1} - t_1) + 100 - 2t_1 = 24\sqrt{2t_1} - \frac{8}{3}t_1 + 100$$

Пусть  $u = \sqrt{t_1}$ , найдем максимум по основному аналогично функции  $a$ .

$$u = \frac{-24\sqrt{2}}{-\frac{16}{3}} = \frac{9\sqrt{2}}{2}$$

$$\sqrt{t_1} = \frac{9\sqrt{2}}{2}$$

$$t_1 = \frac{81 \cdot 2}{4} = \frac{81}{2}$$

$$a = \sqrt{2t_1} = \sqrt{2 \cdot \frac{81}{2}} = 9$$

$$TR = 9 - 82 + 100 = 18 + 216 = 234$$

Итого  $234 > 196$ , но согласоваться.

ответ: 9; сможем.

## Задание 7

а)  $r_1$  - ставка в первом случае;  $r_1 = 1\%$

$r_2$  - ставка во втором случае;  $r_2 = 1,5\%$

$S_1$  - сумма после 12 месяцев в 1-ом случае

$S_2$  - сумма после 12 месяцев во втором случае

$$S_2 = 500 \cdot (1 + 0,015)^{12} = 500 + 500 \cdot \frac{r_2}{100} \cdot t = 500 \left(1 + \frac{r_2 t}{100}\right) = 500(1 + 0,015 \cdot 12) =$$

$$= 500 + 500 \cdot 0,18 = 590 \text{ тыс. руб.}$$

~~$$S_1 = 500 + 500 \cdot \frac{r_1}{100} + (500 + 40) \cdot \frac{r_1}{100} + (500 + 40 \cdot 2) \cdot \frac{r_1}{100} + \dots + (500 + 40 \cdot 11) \cdot \frac{r_1}{100}$$~~
~~$$= 500 + 40 \cdot \frac{r_1}{100} + 40 \cdot \frac{r_1}{100} + 40 \cdot \frac{r_1}{100} + \dots + 40 \cdot \frac{r_1}{100}$$~~

$$S_1 = 500 \left(1 + \frac{r_1 t}{100}\right) + 40 \left(1 + \frac{r_1 \cdot 1}{100}\right) + 40 \left(1 + \frac{r_1 \cdot 2}{100}\right) + \dots + 40 \left(1 + \frac{r_1 \cdot 11}{100}\right) = \quad 25$$

$$= 500 \left(1 + 12 \cdot 0,01\right) + 40 \left(1 + \frac{r_1}{100} \cdot 66\right) = 560 + 440 + 264 = 1264 \quad 1026,4$$

нов  $S_2$  мы не учитывали его полностью а она  $40 \cdot 11 = 440$ . ? 1066,4

поэтому получается  $590 + 440 = 1030$  20 и  $1264$ , очевидно, что

1264 больше, значит второй вариант выгоднее. 1040 25

Ответ: 2-ой.

б)  $S_1$  - сумма человека после использования 1-го случая.

$S_2$  - сумма человека после использования 2-го случая.

$$S_1 = M \left(1 + t \cdot \frac{r_1}{100}\right) + X \left( (t-1) + \frac{r_1}{100} \cdot \frac{(t-1)t}{2} \right) = M(1 + 0,01t) +$$

$$+ X \left( t-1 + 0,01 \left( \frac{1}{2} t^2 - \frac{1}{2} t \right) \right)$$

$$S_2 = M(1 + 0,015t) + (t-1)X$$

9-10

$$S_1 = M(1 + 0,12) + x(11 + 0,005t^2 - 0,005t) =$$

$$= 1,12M + x(11 + 0,66) = 1,12M + 11,66x \quad 15$$

$$S_2 = 1,18M + 11x \quad 15$$

$$K = \frac{M}{x}$$

$$S_1 > S_2$$

$$1,12M + 11,66x > 1,18M + 11x \quad 45$$

$$0,66x > 0,06M$$

$$6,6x > 6M$$

$$x \geq \frac{1}{11}M$$

Значит при  $x > \frac{1}{11}M$ ,

$S_1$  - выгоднее, а при  $x < \frac{1}{11}M$

$S_2$  - выгоднее, при  $x = \frac{1}{11}M$  или  
одинакова выгодно.

$U [5; 7]$

$$5 = \frac{14}{x} \quad 7 = \frac{14}{x}$$

$$x = \frac{1}{5}M \quad x = \frac{1}{7}M \Rightarrow$$

$\Rightarrow S_1$  - выгоднее

$U [7; 9]$

$$x = \frac{1}{7}M \quad x = \frac{1}{9}M \Rightarrow$$

$\Rightarrow S_1$  - выгоднее

$U [9; 11]$

$S_1$  - выгоднее

45

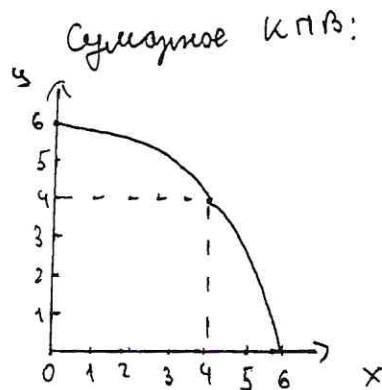
Ответ: 60%. 45



## Задание 8

мисо (x); лодж (y)

$$\begin{cases} y_1 = 4 - x_1^2 \\ y_2 = 2 - \frac{1}{8} x_2^2 \end{cases}$$



Выведем уравнение для суммарной КПВ:

$$y_1' = (4 - x_1^2)' = -2x_1$$

$$y_2' = (2 - \frac{1}{8} x_2^2)' = -\frac{1}{4} x_2$$

Отсюда видно, что альтернативные сокращения по x всегда больше у первого племени.

Значит первое племя в суммарной КПВ будет выше племей, а второе племя ниже.

$$Y = y_1 + y_2 \quad 15$$

$$x = x_1 + x_2 \quad 15$$

$$Y_{\max} = 6$$

$$x_{\max} = 6$$

Значит суммарное КПВ будет у племени (0; 6).

Поскольку мы начинаем с второго племени и сумму функций не уменьшаем, а лишь сдвигаем вверх, то

мы можем она выведет у племени (0; 6), её уравнение

$$\text{двигает } y = 2 - \frac{1}{8} x^2 = 2 + 4 - \frac{1}{8} x^2 = 6 - \frac{1}{8} x^2, \text{ так как мы сдвигаем на 4 вверх.}$$

Второй же племя мы сдвигаем на 4 вверх, то она будет

$$\text{Она проходит через точку (6; 0), получаем } y = 4 - (x - 4)^2 = 4 - (x^2 - 8x + 16) = 4 - x^2 + 8x - 16 = -x^2 + 8x - 12$$

Суммарное КПВ:

$$y = 6 - \frac{1}{8} x^2, \text{ при } x \in [0; 4]$$

$$y = -x^2 + 8x - 12, \text{ при } x \in (4; 6]$$

а) найти значение функции целой КНВ:

$$\begin{cases} x = 3 \\ y = 6 - \frac{1}{8}x^2, \text{ где } x \in [0; 4] \end{cases}$$

$$y = 6 - \frac{1}{8} \cdot 9 = \frac{39}{8} = 4 \frac{7}{8} = 4,875$$

Ответ: 4,875

б) найти значение функции целой КНВ:

$$\begin{cases} x = 5 \\ y = -x^2 + 8x - 12, \text{ где } x \in (4; 6] \end{cases}$$

$$y = -25 + 40 - 12 = 3$$

Ответ: 3